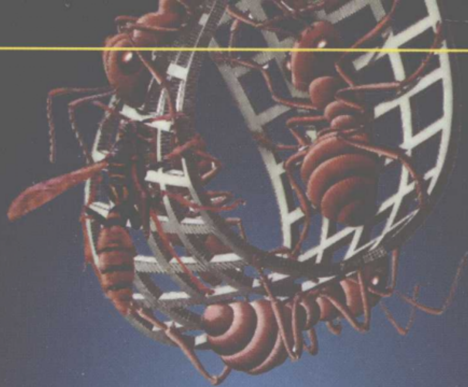


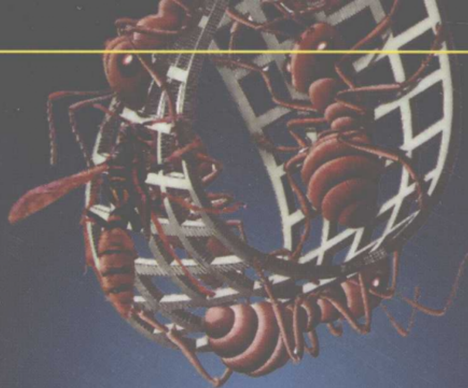
魔带的世界

——莫比乌斯圈的秘密

王宪 著

Möbius Strip

湖南科学技术出版社



Möbius Strip

责任编辑：程立伟 责任美编：殷健 整体设计：多米诺设计·咨询 吴颖辉

寓教于乐的科普形式，
值得大力推广。

培养青少年的想像力，
比单纯灌输知识更重要。

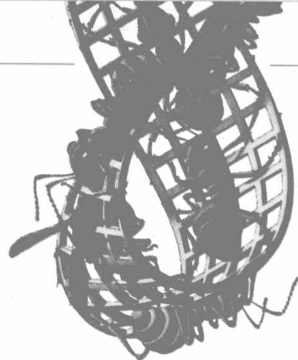
提出新问题、新的可能性，
从新的角度看待旧问题，需要创造性的想像力，
我们相信这本书做到了。



ISBN 978-7-5357-5570-4

9 787535 755704 >

定价：19.50元



魔带的世界

——莫比乌斯圈的秘密

Möbius Strip

王宪 著

湖南科学技术出版社

图书在版编目（C I P）数据

魔带的世界：莫比乌斯圈的秘密 / 王宪著. —长沙：湖南科学技术出版社，2009. 2
ISBN 978-7-5357-5570-4

I. 魔… II. 王… III. 数学—普及读物 IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 020221 号

魔带的世界
——莫比乌斯圈的秘密

著　　者：王　宪
责任编辑：陈立伟
出版发行：湖南科学技术出版社
社　　址：长沙市湘雅路 276 号
　　　　　http://www.hnstp.com
邮购联系：本社直销科　0731 - 4375808
印　　刷：湖南凌华印务有限责任公司
　　　　　（印装质量问题请直接与本厂联系）
厂　　址：长沙县黄花镇黄花印刷工业园
邮　　编：410137
出版日期：2009 年 4 月第 1 版第 1 次
开　　本：880mm×1230mm　1/32
印　　张：4
字　　数：72000
书　　号：ISBN 978-7-5357-5570-4
定　　价：19.50 元
（版权所有 · 翻印必究）

想像力比知识更重要

莫比乌斯圈这个名词对于一个具有初中学习经历的人来说并不陌生。莫比乌斯圈被公之于世已150年了，你别看莫比乌斯圈的外表其貌不扬，但它的内在世界却非常丰富。莫比乌斯圈是现存于世上唯一一个本身既可以同时涵盖多门学科，同时又存在许多未解谜团的科学圣物。因此，莫比乌斯圈又被戏称为魔带。这更使得莫比乌斯圈平添了许多神秘色彩。

无论在中国还是外国，人们都喜欢拿莫比乌斯圈来烘托气氛、营造氛围、彰显国力。说来也真怪，无论什么事情，只要能跟莫比乌斯圈沾上点边，就足以使这件事本身大放异彩，让人们对它刮目相看。

比如，中国科技馆主楼门厅里的巨型莫比乌斯圈式三叶结，就能吸引来馆参观的任何人在它面前驻足观望、流连忘返、浮想联翩。

再比如，2005年的中国动漫大制作《穿越莫比乌斯环》，就以制作成本超过亿元、制作周期历时5年、制作画面精细入微而在国际上赢得好评。

还比如，在2007年的上海特奥会上，由我国火炬手最后点燃的莫比乌斯圈式大火环；上海特奥会场馆外面的纪念碑

也是一个硕大的莫比乌斯圈。这无疑是在向世界表明中国对欠完美事务的关爱与呵护，对欠完美事务勇敢追索、不懈探寻的决心与信心。

莫比乌斯圈就有这么一种神奇的魅力，它可以吸引许多的数学家、哲学家、科学家、艺术家、作家以及其他许多高智商的博学之士在它面前尽情地挥洒他们的智慧，尽情地宣泄他们的情感，尽情地释放他们的想像力。

我这么讲，是因为到目前为止，人类对莫比乌斯圈的形成和发展过程以及存在机理、应用价值仍未形成一套完整、准确的理论。人们仍然没有触摸到莫比乌斯圈这个有形未知世界的内核真谛。

那么，莫比乌斯圈究竟是什么？莫比乌斯圈有什么作用？莫比乌斯圈的存在究竟有什么意义？莫比乌斯圈的存在的哲学含义又是什么？……

试着回答这些问题，就是拙著《魔带的世界——莫比乌斯圈的秘密》的写作宗旨和基本内容。

但是，有几点是必须在您开卷之前指出的：

一、莫比乌斯圈绝非神造之物！它是自然之精髓。

二、莫比乌斯圈是有生命的！它必然会经历由点到线，再由线到面的发展过程。

三、莫比乌斯圈是有活力的！它的某些特性会随人类科学技术的进步而与时俱进。

四、莫比乌斯圈的发展是有规律可循的，是可以重复推

演的，因此它不是伪科学。

是的，我对莫比乌斯圈的认识也只不过是管窥蠡测。但要想破解深藏在莫比乌斯圈里的秘密，我们必须动员更多的人参与进来，关注并研究莫比乌斯圈。

记得爱因斯坦曾说过：想象力比知识更重要，因为知识是有限的，而想象力概括着世界上的一切。

我们应着力在民间营造一种大众爱科学、大众学科学、大众想科学、大众创科学的良好社会氛围。在这种和煦春风的吹拂下，最终受益的将是国家和整个民族。

其实，本书并不是一本数学、物理、生物、天文学等学科的专著。而是一本向读者系统地介绍莫比乌斯圈，展示莫比乌斯现象，归纳莫比乌斯原理的科学普及读物。为此，拙著没有刻意追求科学体系的完整，也没有强求学科论点的精确。

但只要您认真看了、用心想了、动手做了，您就会感应到莫比乌斯圈向您发出的强烈信息！

莫比乌斯现象在微观世界、宏观世界以及生命科学领域都有不俗的表现，并在这些领域里留下了许多耐人寻味的蛛丝马迹。

为此，几乎所有的大国都斥巨资宣传和研究莫比乌斯圈及其现象和原理，因为他们明白：

莫比乌斯圈是现实的、数学的、物质的、科学的，具有广泛的实际应用前景；

莫比乌斯圈是抽象的、人文的、精神的、哲学的，具有极大的科学研究价值。

作为要屹立于民族之林的中国，当然不会袖手旁观。我国也已经将介绍莫比乌斯圈的基础内容列入到小学和初中的教育过程之中，甚至将教授莫比乌斯圈的授课视频放在CERSP（中国网络教育平台）上播放。由于至今在世界范围内仍没有系统、准确的教材和现成的讲义或教案，故使我们的授课老师对莫比乌斯圈的理解和讲授过程出现了从授课内容到讲授方式上的不准确、不统一、不规范、不严谨的情况。

例如以下这样的问题：

……过山车就是莫比乌斯圈……

如果像这样向天真无邪的孩子们教授莫比乌斯圈，我个人认为，这对孩子不利，对我们民族不利，对莫比乌斯圈的发展也不利。为了弥补这个不足，我觉得我有责任和义务将我多年研究莫比乌斯圈的经验积累和盘托出。这样就有了拙著《魔带的世界——莫比乌斯圈的秘密》。

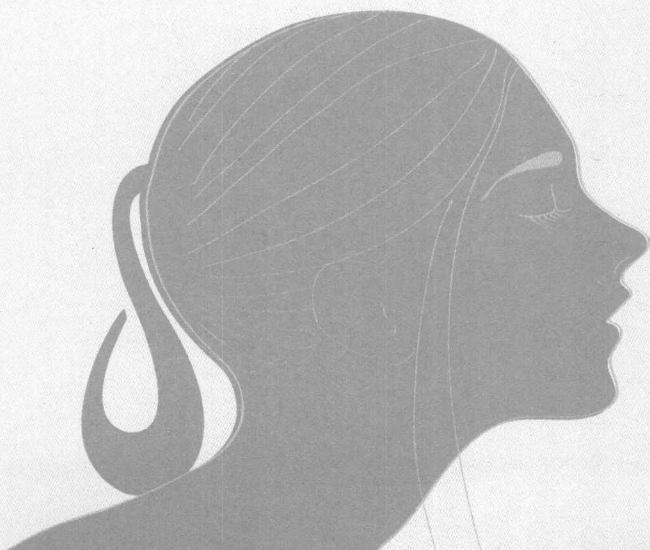
好了！为了最终揭示深藏于莫比乌斯圈及其现象、原理之中的丰富的科学内涵以及深奥的哲学含义，请您张开想象的翅膀，随我一同飞入《魔带的世界——莫比乌斯圈的秘密》。

在本书的写作过程中，曾得到医学博士邓怀慈、理学博士王宁、工学博士刘必慰、留美硕士郭荆璞、工学硕士段小秋等人的赏阅，并对本书提出了宝贵的建议与意见，在此特向他们表示衷心的谢忱！

王宪

2008年深秋

目录





第一章

酒吧里的克莱因瓶

米兰有些欣喜地踏进了这家豪华酒吧，想见识一下最近颇受关注的天才调酒师。

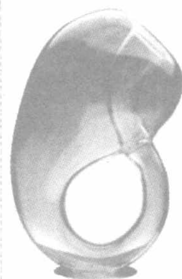
蓝调的旋律映衬着柔和的灯光，所谓的情调正将人轻轻拥入怀抱。

她好不容易在吧台附近找到一个空位，细细打量着酒吧里的装潢。在调酒师左侧的墙上挂着一张瓶状物体的图片，在不断舞动的手臂间若隐若现。


酒吧内景图

米兰来不及多想，这时一位身穿黑色夹克的奇怪客人从门口径直走到调酒师面前。

两人随意寒暄几句，穿黑色夹克的奇怪客人忽然指着墙上的那张图片对调酒师说：“你给我配什么酒无所谓，但你必须用这个器皿给我盛酒，我才能给你付款，否则我要砸你这家酒吧的招牌！”


克莱因瓶图

见到这一幕，许多顾客都凑到了吧台前，将他们二人团团围住。

调酒师向左侧的墙上望了一眼，又转过脸微笑着问来客：“用您说的那个器皿盛酒没有问题，但您也得答应我一个条件，行吗？”

这时灯光师也将聚光灯对准了吧台，乐队指挥示意乐师们停下来，只留下一把小提琴继续演奏。一时间，酒吧里的气氛变得异常凝重。



奇怪的客人扫了一眼周围看热闹的顾客，毫不犹豫地答道："什么条件我都答应！"

"其实也没什么，只要您将头微微仰起，把嘴巴微微张开就行了。"调酒师镇定自若地说。

"那还不容易，我马上照办不就行了。"奇怪客人一边说着，一边将头仰起，将嘴巴张开。

调酒师看了看围观的顾客，又看看对面那个奇怪的客人。然后他用抹布擦了擦奇怪客人面前的吧台，并往他面前放了一个厚厚的杯垫。然后，他煞有介事地用右手空握着调酒筒，在空中翻来覆去地摇着。最后，他用右手做了一个向左手倒酒的动作，随即又用左手向那个奇怪客人的嘴边做了一个向里倒酒的动作。

调酒师终于停了下来，对那个奇怪的客人慢慢说道："我给您调的这种酒品叫做日耳曼·克莱因，味道怎么样？您还满意吗？如果满意就请您付款吧。"

这时，整个酒吧的灯一下全部都亮了，音乐骤然响起。只见那个奇怪客人站起身来，一边跟调酒师握手，一边不断地说："我是……您的随机反应也太快了，我算是服了您啦……"原来，这是一档收视率极高的电视栏目《聪明博士游记》的现场即兴拍摄。

等摄制组的演职人员全部撤离了现场，米兰和其他意犹未尽的顾客们依然围着调酒师，非让他讲讲刚才那精彩的一幕究竟是怎么回事。调酒师笑了笑，指着墙上那幅图片说：

“这幅图片上的器皿叫做克莱因瓶，是德国数学家菲力克·克莱因发明的。这个克莱因瓶其实是个思想模型，是个艺术设想，是一个根本不存在的东西。因为，这个设想的第一个基本条件是，当你向克莱因瓶倒水时，你倒在它的里面却等于倒在它的外面，而你将水倒在它的外面又相当于倒在它的里面。另一个基本条件是，如果将这个克莱因瓶从中间剖开，这个克莱因瓶将会被切割成两个莫比乌斯圈。但是，我们是无法用两个莫比乌斯圈来拼出一个克莱因瓶来的（见克莱因瓶剖面图）。另据有关文献资料显示，到目前为止，在我们生活的现实世界中，我们是无法用现有的技术手段和工艺装备制造这个克莱因瓶的。正因为如此，刚才那个奇怪客人让我用根本不存在的器皿给他盛酒，那我当然就只好往他嘴里倒一杯根本不存在的酒啦。”



克莱因瓶剖面图



克莱因瓶电脑图

调酒师刚一讲完，酒吧老板就悻悻地转过身去，望着墙上那张克莱因瓶的图片，他一边用手挠头皮，一边自言自语道：“这张图片在这儿挂了好几年啦，我怎么不知道这幅图片还有这样神奇啊！”

大部分顾客听完都笑着渐渐离开了吧台，三五成群地议论开来。只有米兰和少数几个顾客依然留在原处。

调酒师笑着摇了摇头，拿起抹布擦着吧台。

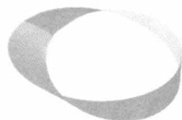
时日渐晚，酒吧的顾客享受完一天难得的放松后，陆续心满意足地离去。

米兰靠着吧台，饮完最后一口美酒。她欣赏地望着站在吧台

里的调酒师，说："看来先生好像对莫比乌斯圈很有研究嘛。"

调酒师笑而不答，仔细端详了米兰小姐一眼后说："小姐也知道莫比乌斯圈？"

米兰把空空的酒杯推到一边，缓缓说道："所谓莫比乌斯圈，是由德国著名数学家和天文学家奥古斯特·费迪南德·莫比乌斯先生在公元1858年发现并公之于众的。简单地说，莫比乌斯圈就是一种空间扭转现象。从学术角度来看，莫比乌斯圈是一个思想实验模型。时至今日，莫比乌斯圈里许多令人迷惑的表现和现象都未曾被人类所认识。起初人们并不接受这个奇怪的圈圈，因为人们无法在现实生活中使用它，认为它带着神的诅咒，会给人类带来灾难；甚至还给它起了一些怪名——怪圈、魔法圈、巫术圈等。人们尊称它为莫比乌斯圈还是在这个奇怪的圈被学术界承认之后，才用莫比乌斯先生的名字给它命名的。"


莫比乌斯圈图

调酒师仔细听着，待米兰说完后问道："小姐怎么称呼？"

"我是个自由撰稿人，我的笔名是米兰，大家也都这么叫我。"米兰答说，"不知先生贵姓？"

"免贵姓李。"调酒师又继续说道，"现在我国大众对莫比乌斯圈的了解实在是……"他苦笑着。

"也是，但是据我曾经查阅过的一些文献资料来看，关于莫比乌斯圈的记载也实在是少得可怜。"米兰望了一眼酒吧里稀稀落落的人群。

"是的。但是，自打莫比乌斯圈150年前问世至今，几

乎世界上所有的数学专著和科学普及读物都会用一定的篇幅来刊登和论述莫比乌斯圈的有关内容。在这 150 年的历史进程中，有无数的博学之士对莫比乌斯圈进行了长期、细致的研究与探讨。通过这些有益的研究与探讨，莫比乌斯圈的许多特点和规律已经呈现在世人的面前。”调酒师眼前忽然一亮。

“可是……”米兰停顿了一下，接着说道，“不是也有许多专门从事拓扑学研究的人士都认为我们人类对莫比乌斯圈所进行的研究与探讨已经很彻底了，莫比乌斯圈已经没有发展空间了吗？”

“这种认识的确是令人担忧啊。”调酒师摊摊手，“难道你不认为这种——我们人类对莫比乌斯圈已经无所作为——的观念是有失偏颇的吗？”

没等米兰作出反应，他又接着说道：“由于这种不成熟的思想作祟，我们人类至今没有对莫比乌斯圈的形成过程以及它的存在机理、应用价值形成一套系统、准确的认识；至今仍然没有一本专门论述莫比乌斯圈的权威书籍。所以，我们至今仍然无法触摸到莫比乌斯圈这个有形未知世界的内涵真谛。”

这时，酒吧老板向吧台这边走了过来，跟调酒师打了个招呼，说：“小李啊，下班了，早点回去休息吧，今天辛苦你了。”

“好的，我擦完吧台就走。”调酒师回应了一句。

“不好意思。”他看着米兰，“要是米兰小姐不介意的话，可否稍微等我一下，实在是很久没遇到这样志趣相投的

人了……”调酒师掏出抹布。

米兰保持着手托下巴的姿势，点头同意。

舞台上的灯一排排地熄灭，只有吧台这边有点微亮。调酒师收拾完吧台，便拿出大衣披上，和米兰一起离开了酒吧。

午夜的都市多少有点冷清，偶尔驶过的铁雪龙或标致卷起瑟瑟寒风，纵使被霓虹灯的暖色光包裹着也会觉得冷。北京的街道呈现着鲜为人知的另一种颜色。

沿着人行道向前走，昏暗的路像是没有尽头。

两人走着走着，米兰率先开了口："其实，我不大明白……"她腼腆地笑了笑，"……可能也是因为我对莫比乌斯圈不够了解吧，我所知道的莫比乌斯圈，就是将一张纸条的一端旋转180°后与另一端拼接所形成的纸圈而已，为什么这样一个简单的几何形象会引来如此多专业研究人士的关注呢？"

"呵呵，其实很多人也是这么想的吧。"调酒师露出十分理解的神情，说，"但我想，莫比乌斯圈之所以会对那些博学之士有如此巨大的吸引力，不仅仅是因为它的学术价值，这与它在哲学等领域的存在价值也是密不可分的吧。"

"什么？哲学！您是说哲学？"米兰不解地问道。

"嗯，哲学。"调酒师点点头，"每个事物的发生、发展以及变化规律都会有与之相对应的哲学解释。因为哲学是有关思想、行为与实在的最基本与普遍的概念。而与莫比乌斯圈所对应的哲学思想则体现在——对立统一和质量互变。就拿普通环圈和莫比乌斯圈来讲，在没有扭转之前， 它们是

一模一样的小纸条，它们本身是完全统一的。如果我们将其中一张小纸条做成一个莫比乌斯圈，另一张小纸条做成一个普通环圈，那它们又成了完全对立的两个物体。这两个既统一又对立的物体通过扭转既可以一分为二，又可以合而为一。 而它们的这种统一与对立的情况是需要在某物体的变化当量被积累到一定程度时才会发生，这又显现出质量互变这个哲学特性。”

米兰愣愣地望向调酒师，做了一个暂停的手势，苦笑着说：“不好意思……您的解释实在是太专业了……我没太听明白……”

“哦。”调酒师摆了摆手，“对不起，对不起，我一时说得太投入，竟忘了不该用这么多专业术语来和非专业人士交流。”

调酒师将手伸进大衣口袋，搜寻着什么。忽然，他掏出了一张票券，递到米兰手中，接着说道：“这是本周星期五一个关于莫比乌斯圈的展览，有兴趣的话，欢迎米兰小姐来参观。”

米兰接过票券，无奈灯光暗淡，看不清楚票面，只好将票券塞进口袋里。

调酒师在一个路口停下了脚步，说：“我到了。米兰小姐家还很远吗？需不需要……”

“哦，不用了，不用了……”米兰领会了调酒师的意思，连忙说道，“……我自己回去就可以了。”说完便转身离去。

夜更深了，米兰渐渐加快了脚步，最后几乎是跑到车站。 可是拿出手表一看，已经错过了末班车。灯火阑珊的路上空无一人，米兰只感觉心都快要从胸腔里蹦出来了。她

想沿路走回家，但刚迈出脚又很快退了回来。正当她不知道如何是好的时候，一辆刚下班准备回家的的士让她仿佛抓住了救命稻草。

米兰旋开车窗，凉风习习灌入，扬起青丝。她恐惧的心情逐渐平复下来，她想起了莫比乌斯圈，想起克莱因瓶，想起酒吧里刚刚发生的一切。他决定到家以后，好好查阅一下关于莫比乌斯圈的资料。

尽管因为不想吵醒楼上楼下的邻居而故意放轻了脚步声，米兰的高跟鞋还是把地板蹬得“咚咚”地响，楼道里的声控灯久久地亮着。

她慌张地从包里拿出钥匙打开家门，又飞快地把门关上，虚脱般地跌入了沙发，惊魂未定。

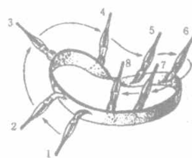
稍事休息，她想，自己是要干吗来着？对！上百度！于是她又冲到了卧室，打开笔记本电脑。

但是，米兰发现，网上并没有什么更新的研究成果。现在她所知道的只是：莫比乌斯圈已经被公之于众 150 年了。学术界普遍认为莫比乌斯圈对人类是有用的，但却苦于对它的认识没有新的突破。在这 150 年里，几乎所有国家的数学书籍和科普读物都会用一定的篇幅来介绍莫比乌斯圈，我国也不例外。

但我国在改革开放以前，很多学术书刊的翻译来自海外，而其中的绝大多数又来自海外华人。莫比乌斯圈的英文名字是 Mobius——莫比乌斯。有的书中称它莫比乌斯圈、

莫比乌斯带、莫比乌斯环；也有的书中称它魔比斯圈、魔比斯带、魔比斯环；还有的书中称它摩比士圈、摩比士带、摩比士环。这都是由于海外华人的中文普通话发音不准确造成的。后来人们干脆称它为魔带，大家反而知道这就是指莫比乌斯圈。

进入 20 世纪，莫比乌斯圈已经被纳入数学领域，属于拓扑学学科；在拓扑学学科里，莫比乌斯圈已经被定义为——单侧的、闭路的、反转定向的曲面。所谓闭路，每个环状物体都是闭路的；说它是单侧的，就是指这个莫比乌斯圈只有一个面和一条边缘线；至于反转定向的曲面这个特点，可以用一支毛笔或用手指沿着莫比乌斯圈的曲面按图示1、2、3、4、5、6、7、8 的路线往前走，你将发现毛笔或手指会在不经意间走到出发点的背面，而毛笔或手指的指向，也与出发时的指向完全相反，这就是反转定向；至于说它是曲面，就因为在它的周身找不到一条直线。



单侧－闭路－反转定向曲面图

米兰随手撕下一张纸条，做成一个莫比乌斯圈。她随即用手指绕着这个圈走来走去，真像网页上说的一模一样。接着，她又对莫比乌斯圈只有一个面和一条边缘线的特性进行验证，虽然表面上都与网页上的说法相吻合，但心理上仍然有点缺乏自信。

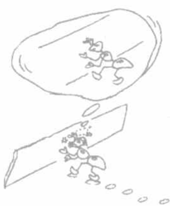
莫比乌斯圈除了那个科学定义外，还有许多特点。其中最显著的特点之一就是——直到今天为止，人类还无法准确界定哪个面是莫比乌斯圈的正面或者是反面、里面或者是外

面；无法准确地指出哪个点是莫比乌斯圈的起点或者终点；无法准确地确定哪一边是莫比乌斯圈的前边或后边。例如，站在蚂蚁的角度观察，对于小蚂蚁而言，它在莫比乌斯圈上行走，就是行走在一条没有阻碍的、非常平坦的大道上：在这条路上既没有正面和反面的区别，也没有上面和下面的区别，更没有里面和外面的区别。至于说非要给小蚂蚁规定哪里是起点和终点，哪里是前面和后面，那是没有意义的。



蚂蚁在莫比乌斯圈上行走图

而人类研究莫比乌斯圈可不是光研究它的扭转，还要研究它在各个领域里的存在方式和应用价值，以及研究它未来的发展趋势；研究莫比乌斯圈所展示出来的丰富哲学内涵。从学术界的角度来看莫比乌斯圈的扭转只是一种非常简单的扭转，它就是扭转了 180°，这种扭转是非此即彼式的二元论扭转。但这种扭转却将一片二维平面上薄薄的小纸条扭转成了三维立体的莫比乌斯圈，这个意义是非常重大的。因为一片二维平面上薄薄的小纸条直接对接起来，就能形成一个薄壁圆筒。但是，同样是那片二维平面上薄薄的小纸条经过 180° 的扭转和对接，却使刚才那个薄壁圆筒发生了翻天覆地的变化。如果自原来的薄壁圆筒的内圈上行走完，当需要转移到薄壁圆筒的外面来行走时，就必须翻越薄壁圆筒的边缘。而在莫比乌斯圈上行走，就无需翻越内外两个面的边缘就可以行走在它的内外两个面上。这一点也是莫比乌斯圈与薄壁圆筒或者说普通环圈的根本区别。



米兰觉得有点头痛。对于久未接触理学的她来说，诸如



“二元论”这类专业术语的确很伤脑筋。但是她还是决定继续看下去。

资料上还说，莫比乌斯圈的出现为我们研究万物的变化规律，提供了一个非常好的范例，或者说是具有学术价值的理论模型。我们可以从薄壁圆筒转变到莫比乌斯圈这个变化过程中清楚地看到——很多事物在其当量上的变化被积累到一定程度时，就会产生本质上的巨大变化。而莫比乌斯圈在除学术领域外的其他领域里，就不一定是以世界公认的、我们熟知的莫比乌斯圈的形象存在，而是以类似于莫比乌斯圈的现象或原理的方式存在的。同时这也说明莫比乌斯圈将会在不同的领域为我们人类服务。

米兰觉得有趣。没想到一个纸圈竟能勾起人们无限的遐想以及诸多的应用前景。难怪调酒师会对它如此痴迷。她又打开一个网页，期待着更有趣的讯息。

原来这张网页上讲的是莫比乌斯先生发现莫比乌斯圈的故事：据说当年莫比乌斯先生在发现这个奇怪圈圈之前的 2 至 3 年中，他老是在潜意识里接触到这个奇怪圈圈。但他既不能准确地描述这个奇怪圈圈，也无法正确制作出这个奇怪圈圈来。每当他的思绪里有一点这个奇怪圈圈的影子，准备拿起笔来勾勒或捕捉这个奇怪圈圈时，这个奇怪圈圈又立刻消失得无影无踪。这使莫比乌斯先生的精神备受折磨。他无数次想要放弃对这个奇怪圈圈的追寻与探索，却始终没有成功。

有一天傍晚，莫比乌斯先生正在一片玉米地旁的小路上

散步。他无意间看到很多蚂蚁在玉米、玉米叶和玉米秆上来回搬运着什么东西。他停下来驻足观望，有几只蚂蚁在一些类似圆圈状的玉米叶上不知疲倦地爬着。莫比乌斯先生突然眼前一亮，他清醒地意识到近3年来一直折磨他的那个奇怪圈圈，现在已经活灵活现地出现在自己眼前了。他马上屏住呼吸，迅速找来两片玉米叶做了两个玉米叶圈圈：一个是正常的玉米叶圈圈，即是将玉米叶的两个端头翻转过来再平滑对接的圈圈；另一个是非正常的玉米叶圈圈，即是将玉米叶的一个端头扭转了180°之后，再与另一个端头对接起来的圈圈。莫比乌斯先生抓来一些小蚂蚁，他将这些小蚂蚁分别放在这两个圈圈上，然后趴在地上，聚精会神地观察这些小蚂蚁在玉米叶上是怎么爬行的。





小蚂蚁走圈圈图

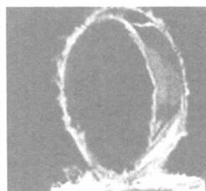
莫比乌斯先生发现：爬行在正常圈圈上的蚂蚁——你把它放在内圈，它就在内圈上爬行；你把它放在外圈，它就在外圈爬行；很少有蚂蚁会去翻越两个面之间的边界。而爬行在非正常圈圈上的蚂蚁——它会在这个奇怪的圈圈上不知疲倦、反复不停地爬。莫比乌斯先生就这样聚精会神地趴在地上观察蚂蚁爬圈圈，直到天黑得伸手不见五指都不愿离去。

突然，莫比乌斯先生恍然大悟，他不顾一切地迅速跑回书房。经过莫比乌斯先生几个通宵达旦的努力，关于莫比乌斯圈的第一篇论文就此诞生。

米兰慢慢地浏览着相关网页，她发现有一张网页里这样写道：莫比乌斯圈不仅在几何形状上不同于其他环圈类物

体，还因为莫比乌斯圈只有唯一的一个面和一条边缘线，为此，莫比乌斯圈在西方被奉为科学圣物，是一块等待开垦的科学处女地……

米兰下意识地看了一下时间，已经是凌晨3点多了，但她还是一点睡意都没有，她继续浏览着有关莫比乌斯圈的相关网页。


上海特奥会上的大火环图

当她打开一张网页时，网页上出现的两张图片引起了她的注意，不由心中暗忖：这不是2007年10月在我国上海举办的国际特殊奥林匹克运动会，摆放在运动会主场正中央的大型火环，以及摆放在运动会场外花坛正中央的上海国际特殊奥林匹克运动会纪念碑吗？米兰以为自己进错了网站，可不管怎么看，都觉得那两张图有点怪怪的。她无意间瞥见了电脑旁自己刚刚用纸条做成的莫比乌斯圈。噢，对了！她恍然大悟，这两张图片上的东西不就是莫比乌斯圈嘛！


上海特奥会纪念碑图

米兰将网页最大化，原来这是一张解读在上海特奥会上使用莫比乌斯圈的网页：

首先，在上海特奥会上使用莫比乌斯圈，这是我们人类最近一次选用这个莫比乌斯圈来作为一个国际性会议的象征物，它的国际影响非常重大。

其次，我国选用莫比乌斯圈作为上海特奥会的象征物，是寓意我国对残疾人这个欠完美群体的关爱，以及对残疾人事业的支持。

再次，因为莫比乌斯圈预示着无限，用莫比乌斯圈作为象征物，正是为了体现此次活动将为全世界的残疾人创造无

限可能的人文关怀的主题。

最后，这个莫比乌斯圈向来被西方奉为科学圣物，而现在这个西方科学圣物被摆放在东方的会场上，正好说明科学没有疆界，科学可以超越意识形态和社会制度，以及科学拥有无限广阔的未来！

米兰后来所见的，却与莫比乌斯圈的关系越扯越远了。她不由感慨不已：互联网上的资料何时变得如此贫乏！看来，对于莫比乌斯圈的研究该好好加油了。

但同时她也觉得很奇怪，好像现在无论是什么事儿，只要这事儿能跟莫比乌斯圈沾上点边，就足以使得这件事儿本身大放异彩，让人们对它刮目相看。

为此，米兰决定星期五去看那个有关莫比乌斯圈的展览。她突然觉得浓浓的睡意向她袭来，她连电脑都没关就跌跌撞撞地爬上了床。

一阵恍惚过后，米兰忽然想到了调酒师送给她的那张关于莫比乌斯圈的参观券。

她慌忙起身在包里翻了个遍，没有找着。又往大衣口袋里掏了掏，还好，参观券总算是没丢。

她打开台灯，仔细看着那张参观券。浅蓝色的底，金黄色的字，还印有一个非常漂亮的彩色莫比乌斯圈。参观券的背面印着[法国]大科学家拉格朗日先生回答拿破仑皇帝的那句名言——亲爱的陛下，刚出生的婴儿有什么用，那就让我们拭目以待吧！



刚出生的婴儿有什么用

第二章

魔带之世界剪影

星期五早上起来，天色阴沉沉的，让米兰有点担心。莫非要下雨？她起身去找雨伞，可好像是谁故意将雨伞藏了起来似的，怎么都找不着。

她投降了。看样子，应该还不至于下雨吧——她这样自我安慰着。

她怀着忧虑心情上路了。真没想到，当米兰来到展览馆的门口，天空却忽然放晴了，晴得万里无云。简直是不可思议。

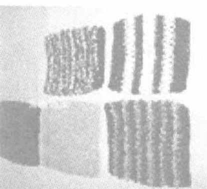
米兰在展览馆门前整理了一下行装，收拾好心情，然后就像计划好的，走进了展览馆。按照展览会的介绍，这次展览的莫比乌斯圈被分成了四大类：生活类莫比乌斯圈、生产类莫比乌斯圈、观赏类莫比乌斯圈和启智类莫比乌斯圈。

展览会的展区布置与其他各类展览会大不一样，它的展品全部集中在展厅中央的“U”字形展台上，四周的墙壁上张贴着介绍和宣传莫比乌斯圈的图片或招贴画。米兰见状心想：整个墙壁被空置着，显得非常浪费且疏于管理。

米兰习惯性地向左走，首先进入的是生活类莫比乌斯圈的展区。映入眼帘的是一些挂在墙上的纺织品，大都是人们日常穿戴的头套、脖套、耳套之类的。

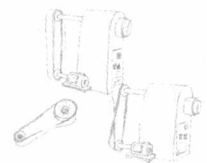
她看了一下展品下面的介绍：这类日常纺织品通常只能单面使用，但当我们将莫比乌斯圈的特性——在莫比乌斯圈上没有里面、外面，正面、反面……这些概念引入到这些纺

织物品中时：即先将这些套状物品的两端扭转 180°，然后再对接起来，它们就成了莫比乌斯圈形套状物品。这些本来是单面使用的套状物品就变成了可以双面使用的套状物品。因为莫比乌斯圈的原理可以使这些套状物品的使用长度增加一倍（它的正面会渐渐翻到它的反面）；同时，由于我们穿戴套状物品时会在不经意间变换不同的使用位置（它的外面的花纹会渐渐翻到它的里面），这就使原本显得单调和呆滞的花纹增添了许多变化。


毛线织物图

真没有想到，看上去如此简单的圈圈还真的在我们的日常生活中占据一席之地。米兰一路惊奇地看着，像初识世界的孩子。

离开了生活类展品的展区，米兰立即进入了摆放着生产类莫比乌斯圈展品的展区。

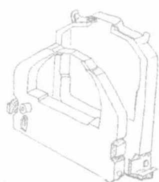

平皮带改莫比乌斯式皮带图

米兰来到一台机器前。她俯身看机器上的介绍：在我们的日常生产活动中，人们常常利用平皮带将电动机的动力传递给各种机器，但这种皮带往往只能单面使用。后来，有人将这种传递动力的电动机平皮带做成了一个莫比乌斯圈形状，就使得这种皮带变成了可以双面使用的皮带了。

而我国广东省航运规划设计院的高级工程师林健更是将莫比乌斯圈的原理应用到了带式输送机的皮带上，制成可以双面使用的带式输送机皮带，使这种带式输送机皮带的平均寿命提高了一倍。

人们还利用磁带记录并传送声音和图像；利用墨带输送

打印机油墨等等。这些环状产品原本都是单面使用的，20 世纪 70 年代日本的发明家就利用莫比乌斯圈原理，将磁带、墨带剪断，然后扭转 180°，再对接起来，它们就被改造成了莫比乌斯带。经过改造后的莫比乌斯式环状产品——可以使平皮带的有效磁记录声音和图像的量增加一倍；可以使色带的油墨有效输送量增加一倍。


磁带和墨带图

尽管米兰觉得有些展品看上去有点怪怪的，但她还是惊叹于这些发明家丰富和超群的想像力。同时，米兰想起了调酒师说的话："我们人类至今仍然没有触摸到莫比乌斯圈这个有形未知世界的内涵真谛。"她疑惑——如果在没有触摸到莫比乌斯圈的内涵真谛的时候，便可以用莫比乌斯圈为我们的生产和生活带来如此多的便利；那么，等到我们真的足够了解莫比乌斯圈了，对莫比乌斯圈的研究足够透彻的时候，我们的生活将会变成什么样？她简直想象不出那时的情景。

米兰走到下一个展区，她发现启智类莫比乌斯圈产品和观赏类莫比乌斯圈产品的展区几乎是合在一起的。她想，这两样产品也的确是"一个整体"——你中有我，我中有你，相互渗透，难以界定。它们既可以是启智类的莫比乌斯圈产品，同时又可以是观赏类的莫比乌斯圈产品。

与前两个展区不同，在这个展区里围了许多小孩子。米兰看了看，在西北角上的一个展品前人头攒动，好不热闹。走近一看，原来是个圣诞产品，难怪吸引了这么多小孩子。只见在绿色的田园上有一棵圣诞树，在圣诞树的树冠部分固

定着一个奇怪的圈圈，在这个圈上行驶着两个乘着雪橇的圣诞老人；这两个圣诞老人在闪烁的圣诞灯串和欢快的圣诞歌曲的烘托下，时而爬坡上岭，时而倾斜前进，时而悬挂追逐，时而又倒退着行驶。他们你追我赶好不热闹。置身在这种喜庆的氛围之中，任何一位观赏者都会驻足观望，人们会在愉悦之余而遐想联翩。


莫比乌斯圈式圣诞产品图

“果然是非常有趣的东西！”米兰不禁小声自言自语地感叹。

“米兰小姐也对这个产品有兴趣？”

米兰被这熟悉的声音吓了一跳。她回过头，调酒师满脸微笑地站在她身后。

“哦，李先生，您也是来参观的？”米兰一时不知道说什么好。

调酒师摇摇头，走到圣诞树旁摊摊手：“这个是我的展品。”

米兰吃惊地望着调酒师，她开始觉得眼前这个男人并不像看上去那么简单。他到底是什么人？只是个调酒师吗？绝对不可能！

米兰看了看这棵圣诞树，又看看调酒师，她觉得一切都像是做梦一样。她努力压抑着自己心中的疑惑，试图让自己的目光固定在那棵奇怪的圣诞树上。看着看着，米兰注意到了固定在树冠部分的奇怪圈圈。

“这个圈……”米兰微微晃了晃脑袋。

调酒师朝着米兰视线的方向望了望，回过头笑着问米兰说：“怎么，有什么不对吗？”



“这个圈……”米兰指着奇怪圈圈，“这个圈，看上去好奇怪。”

“哦？哪里奇怪？”调酒师望着米兰。

“那个圈看上去很眼熟，很像……很像……像是……”她努力在脑海中搜寻着各种词汇。

“像什么？”调酒师进一步追问道。

米兰想了想，仿佛是顿悟般说道：“莫比乌斯圈，对，很像莫比乌斯圈！”她又看了看那棵圣诞树的树冠，很快又推翻了自己的结论，“不对啊！怎么又不像是莫比乌斯圈……”

“怎么又不像了呢？”调酒师脸上露出十分玩味的兴奋表情。

米兰摇摇头：“反正，不太像。”

看着米兰如此认真，调酒师忽然笑了起来：“米兰小姐，你说的圈圈就是莫比乌斯圈啊！”

“这是莫比乌斯圈？”米兰将信将疑。

“对啊。怎么它长胖了点儿你就不认识它了？”

“可是，我看到的莫比乌斯圈并不是这样的啊，没有这么复杂的。”米兰依旧将目光紧紧锁定在圣诞树冠上那奇怪的圈圈上。

调酒师走到圣诞树旁，将手搭在奇怪的圈圈上，看着米兰和围在圣诞树周围的孩子们说：“这是一个三叶结式的莫比乌斯圈。这个三叶结式的莫比乌斯圈跟北京中国科学技术馆正门大厅里的三叶结式的莫比乌斯圈的形状几乎一模一样，只不过中国科学技术馆里的三叶结式的莫比乌斯圈有10米

长，10 米宽，12 米高，是个巨型三叶结式的莫比乌斯圈。

“这个三叶结式的莫比乌斯圈的横切面是一个等边三角形。据说，那个三叶结是目前世界上最大的三叶结，制造这个三叶结式的莫比乌斯圈就是为了将它摆放在门厅里供参观的人们观赏的。（关于三叶结，它是指在数学领域内，拓扑学分支里的扭结理论中最具代表性的学科造型物之一。人们之所以叫它三叶结，是因为它的造型类似于三个互套在一起的圆环。）

“而这棵圣诞树树冠上的三叶结式的莫比乌斯圈，它的长为 0.5 米，宽 0.5 米，高 0.5 米，体积只有 0.125 平方米。它的横切面形状是一个矩形。矩形长 6 厘米，宽 1 厘米。不过在这个小小的三叶结上却有一个物体在不停地运动。这个运动物体不但能在小三叶结的正面运动，还能在小三叶结的反面运动。这种特殊的运动方式，是莫比乌斯圈所特有的。（不需要翻越内外两个表面的边缘就可以行走在它的内外两个表面上）而像圣诞老人在莫比乌斯圈上这样的运动方式和运动效果，肯定会给观赏者带来非常强烈的视觉震撼，以及非常美妙的视觉享受。”

调酒师说完，孩子们都兴高采烈地鼓起掌来。米兰也带着欣赏的表情看着调酒师。

调酒师摊开手掌指了指三叶结式的莫比乌斯圈圣诞产品旁边摆放着的另外四个三叶结模型，说道：“这些三叶结模型的弯曲、扭曲程度以及造型与三叶结式的莫比乌斯圈圣诞

产品几乎完全一样，但这些三叶结模型的横切面形状却各不相同。这些三叶结模型的横切面形状依次是U字形、圆形和正方形。


切面不同的三叶结图

“老师，您怎么还在这儿呢？”这时忽然从米兰对面的走道上跑来一个年轻的小伙子，他气喘吁吁地走到调酒师面前，说，“那个法国老总已经来了，正等着您过去和他洽谈呢！”

调酒师望了一眼米兰，对小伙子说：“好的。”

接着，他又走到米兰面前说：“米兰小姐，不好意思，看来我要失陪了。”

米兰摇摇头：“没事没事，您忙您的吧，不用管我。”

调酒师笑笑，对小伙子说：“昭阳，这位是米兰小姐。”他用手指了指米兰，接着说道，“你陪陪米兰小姐，顺便给她讲解一下。”

“没问题，包在我身上！”小伙子拍拍胸脯。

调酒师放心地离开了会场。

小伙子走到米兰面前，故意摆出个敬礼的姿势，将手往额头上一靠，说：“米兰小姐，我是李老师的学生，要不我带您到处参观一下？”

“哦，您……”米兰一时不知该怎么称呼这个年纪跟自己一般大的年轻男子。

“呵呵！”小伙子拍拍自己的脑袋，“看我，一见美女就颠三倒四的了。我叫昭阳，昭君是我姐。您就叫我昭阳就行了，可千万别叫我小昭啊！”

米兰咧嘴一笑，对昭阳说："昭……昭阳，你是李先生的学生？"她不大自然地问。

"嗯！"昭阳点点头，"对啊，怎么了？"

"那就是说……"米兰有点不好意思，"你也……调酒？"

"嗨，什么呀！"昭阳一听，连忙摆摆手，"你说他呀，李教授是我读大学时的教授。什么调酒师呀，那是他因为学术争论与大学的领导……一气之下辞职……转的行。唉，我这老师，就是一根筋！"

米兰听他这么一说，总算是明白之前发生的一切是怎么回事了。

"米兰小姐。"见米兰若有所思，昭阳叫了她一声。

米兰一下惊醒过来，看着昭阳："嗯？"

"米兰小姐，要不要我陪您四处参观一下啊？本公司一条龙服务绝对是优质高效，全国第一，货比三家不吃亏啊，您看……"昭阳用手比画着自己，"……这么帅气的男导游，全国难找第二个！"

"那是，那是。"米兰看着昭阳，不由笑出声来，"我看，你搞笑的本领才是天下第一啊！"

"那也行，只要是第一就行了。米兰小姐这边请。"昭阳弯腰将手一摆，简直就像是宾馆里迎宾的服务生，动作十分滑稽。

米兰也顺势故意非常配合地将头一仰，看一眼昭阳说："不错不错，我一定跟你们经理好好表扬表扬你，让他给你

加薪。"

"呦，这可得谢谢您老人家啦！" 昭阳站直起来。

"不客气、不客气，不过，小费的没有。"

"为美女服务是我的荣幸，也是对我的犒赏嘛！米兰小姐，您这边请。"

昭阳把米兰领到了一张放大的图片前。他清了清嗓子，一本正经地说："这张图片是在一个科普教育博览会上拍到的。在这张图片的中间竖立着一个可以旋转的圆桶，在这个白色圆桶上画有红蓝相间的当届博览会会标图案。在这个圆桶周围环绕着两个互套在一起的、绿色的莫比乌斯圈，而在每个莫比乌斯圈上都行驶着一辆小车，在这个白色的小车车身上也画有红蓝相间的当届博览会会标图案。只见那两个车身上绘有会标的小车，在欢快的乐曲和闪烁的灯光映衬下，上下左右翻滚着、相互交错运动着。"

"不错不错，读得不错，简直和图片说明一字不差。"米兰边鼓掌边说。

"米兰小姐真是好眼力！"昭阳故意瞪大眼睛做出吃惊的样子，"看来我的雕虫小技还是瞒不过你的火眼金睛啊。那行，米兰小姐，你看出这幅图片中的这些车子在干吗了吗？"他指着刚才那幅图片。

"在干吗？难道不是和那棵圣诞树一样的吗？"米兰笑着说。

"嘿嘿！"昭阳满脸自信，"这你就没看出来了吧，实际上，它是在做广告呢，而且是立体广告。尤其是以立体式的

可移动小车，再配上神奇的莫比乌斯圈作为传播介质来做活动立体广告，更是新颖别致。在这样的活动立体广告面前，任何人都会驻足观望，并会在观赏之余有无尽的遐想。"

"哦，原来是这样，看来这个制作者还蛮有商业头脑的嘛。"米兰感叹道。

"什么商业头脑啊，纯粹一个书呆子加顽固派。" 昭阳摆摆脑袋。

"怎么，看样子你们认识?"米兰见昭阳这么说，越发觉得有意思。

"怎么会不认识，就是李教授啊。"

"啊?"米兰又是一脸惊讶。

"可不就是他嘛。这不，这次来了个法国老总，就是想投资这玩意儿。"

米兰望着图片端详了许久，不禁从心里开始钦佩李教授的才华。

昭阳见米兰看得入神，便也把头凑到图片前瞧了瞧，又回过头对米兰说："怎么，没见它有多好看啊，就迷着你了吧！"

米兰简直哭笑不得。

"得了，咱们还是到那边的莫比乌斯圈产品的展区去看看吧。"昭阳领着米兰走向背面。

原来这些展区是呈"U"字形排布的，两个顶端的背面都依次摆放着性质相反的产品。但顺序依然是——生活类莫比乌斯圈产品、生产类莫比乌斯圈产品、观赏类莫比乌斯圈

产品和启智类莫比乌斯圈产品。现在他们正在前往米兰没有参观过的另一面。

这时昭阳略显傲慢地指着摆满展品的展台问米兰："你发现这个展台有什么奥秘?"

"这个展台会有什么奥秘？这我可看不出来。"米兰扫了展台一眼，随口答道。

"这可是立场问题啦！"昭阳应声答道，"你有没有发现这个展览会的展台布置是组织者煞费苦心的杰作？摆放展品的两面中，一面是以生活类莫比乌斯圈开始，另一面是以观赏类莫比乌斯圈和启智类莫比乌斯圈开始；各类展品按顺序摆放、首尾相接，最终自身形成了一个完整的莫比乌斯圈。"

经昭阳这么一说，米兰突然觉得眼前一亮，心想，这小子还真不简单。嘴里却言不由衷地说道："这个展台是个莫比乌斯圈？不明显啊！你是怎么知道的?"

昭阳看着米兰自豪地说："布展时，我和老师来过。这个'U'字形莫比乌斯圈，就是按老师的意见改造和布置的。"

说话之间，昭阳和米兰走到摆放着一些工业品的展台前，昭阳指着一个变压器产品说："人们将莫比乌斯圈原理引入变压器的制造领域，使制造出的多出头、高性能变压器既缩小了体积，又节约了原材料。"

没等米兰看完，昭阳又向前走了两步，指着印刷电路板说："人们还可以将莫比乌斯圈原理引入印刷电路板的制造领域，以便能制造出多层次、体积小、高性能以及节约原材

料的立体式印刷电路板。"

米兰一路参观，一路听昭阳做着精彩的讲解。

最后，他们到了展览的结尾处，在那儿有一块大文字板。米兰凑过去一看，是几条来自互联网的检索资料。其内容是：

一、1982年在美国科罗拉多大学化学系，由沃尔巴、理查兹和霍尔提万格在实验室里成功地合成出了莫比乌斯分子。这种分子具有与莫比乌斯带同样的神秘性能：他们把一个分子的3个碳双键全部断开，仍然得到了一个单分子，只是得到环径大了一倍而分子量不变的大环。就如同将莫比乌斯带沿中心线剪开而得到一个周长长了一倍的普通环圈一样。

二、多少年来，在化学工业领域里大家都公认只有4*n*个π电子的环形化合物是不稳定的。为此，科学大师Heilbronner先生在1964年就预测，将来应该能合成出莫比乌斯圈形状的芳香族（大环）轮烯分子。此后关于莫比乌斯圈式化合物的论文以及其中间产物和非共轭环状结构的相关论文，就不断有人发表，但却没有任何人获得过成功。直到2003年，德国科学家终于成功地合成出了P轨道与环状结构处于同一平面的稳定的莫比乌斯圈形状的芳香族化合物。Heilbronner先生的预言在40年后终于得到了证实。

三、日本科学家Seike发明了一个叫Seike的装置，它可以减轻自身重量而悬浮于空中，在制作电磁铁时将电线呈

莫比乌斯带状缠绕是该装置的核心。

四、另一篇文章的内容是——根据对莫比乌斯圈的最新研究成果的检索表明：莫比乌斯圈的一面是物质，另一面是能量（或者说，莫比乌斯圈既是物质的、又是能量的）。莫比乌斯圈本身就同时拥有不同的级别、不同的层面、不同的能量储备形式，所以才会在同一物体上表现出完全不同的两种特性。而在莫比乌斯圈上的质量分布，又是全部集中在莫比乌斯圈最中心的那条中心线上，且均匀分布。

米兰看了半天也没看太明白，心想自己又落伍了，得好好恶补才行啊。

于是她看着昭阳说："您瞧今天展出这么多展品，怎么在我们日常生活中，却很少能见到用莫比乌斯圈原理制造出来的各种产品呢？"

"嗬，看来米兰大小姐是想考我啊！行，我看哪，这恰恰说明我们人类对莫比乌斯圈的认识还相当肤浅，研究和开发它的力量还很薄弱，尤其是对莫比乌斯现象和莫比乌斯原理的研究更是相当有限。"昭阳故作深沉的样子还是一如往常般引人发笑。

米兰忍着笑，继续问道："那你说，到底什么是莫比乌斯现象和莫比乌斯原理呢？"

"这个嘛，所谓莫比乌斯现象，就是与莫比乌斯圈相似的一些现象啰。而莫比乌斯原理则是指利用莫比乌斯圈的扭转这个方法对某些事物所实施的一系列措施，而这些措施最

终将会对某些事物起到改变它的性质的作用。其实，莫比乌斯现象和莫比乌斯原理所涉及的东西实在太多了，说到天黑都不一定说得完呢！”

“有这么神吗？总不可能在分子的微观世界和浩渺的宇宙太空中也能接触到这个莫比乌斯圈吧！”米兰用调侃的语气说。

“嘿，还真让你给说对了！”昭阳摸摸脑袋，“你瞧着吧，这个神奇无比、魅力无穷的莫比乌斯圈在微观世界、宏观世界和生命科学等诸多领域里，同样有上佳的表现。这不，李教授前一段时间就一直在研究这个课题。我们通过科学分析的方法和手段，已经发现莫比乌斯圈、莫比乌斯现象和莫比乌斯原理在这些领域里的蛛丝马迹和隐藏的身影。”

说话间米兰和昭阳来到了咖啡间，昭阳请米兰小姐先坐下，自己端来两杯咖啡。他一边慢慢地搅和着咖啡，一边点燃一支香烟狠狠地吸了一口，接着轻轻地吐出了一个烟圈。昭阳抬头看了米兰一眼说：“为了延长您的休息时间，给你讲个故事吧。

“从前，在德国的一个乡村，有个非常吝啬的财主。有一天，吝啬鬼在自家的外墙上贴了一张告示，告示上说要请人在一星期内为他制作一个新型的保险柜。这个保险柜除了应该具备一般保险柜的防盗功能外，还要增加一个新功能——该保险柜必须要被分成五个独立的区域，当主人打开任何一个区域，他都可以检测到其余四个区域里的钱物，或者说其中任何一个区域都必须与其余的四个区域有公共边界

相连通。制作保险柜的酬劳是：如果谁能在预定的时间内制作出能达到上述要求的新型保险柜，则吝啬鬼将以重金——相当于市面上普通保险柜价格的十倍——来收购这个新型保险柜。

“告示一经贴出，引来了一批又一批制作保险柜的工匠。一个星期的时间，转眼之间就过去了，由这些工匠精心制作的各种类型的保险柜，竟没有一个能达到吝啬鬼所提出的要求。吝啬鬼兴奋之余，再次张榜请人在一个星期内为他制作这个新型保险柜，并承诺：除了将制作费用再度提高十倍以外，还要将他心爱的漂亮女儿嫁给这位聪明的匠人。

“这个告示再次贴出，立刻轰动了十里八乡，闻讯赶来的制作工匠和看热闹的人挤满了吝啬鬼家的院子。但是，直到告示贴出的第七天下午，近百位匠人都垂头丧气地坐在吝啬鬼家的院墙外长吁短叹。各类保险柜摆满了吝啬鬼家的庭院，因为他们做出的保险柜仍没有一个是合格的。


各类保险柜摆满了庭院图

“眼看太阳就快要下山了。

“就在这时，村头走来了一位非常英俊、帅气的年轻人，他径直走到告示前揭下告示，并找到吝啬鬼问他是否愿意兑现承诺。这时吝啬鬼家的庭院像炸开了锅，所有的工匠都聚拢来看热闹。吝啬鬼举着单框眼镜仔细地端详了年轻人好一会儿，才用戏谑的腔调大声说他肯定会兑现承诺。


吝啬鬼举着单框眼镜图

“这时，只见年轻人走到最近的一个保险柜前，打开保险柜的门。接着，他从自己的腰间解下一根比腰带宽一些的厚带子。他将厚带子的一个端头扭转了 180°，然后挂上挂

钩，放入保险柜中。他关上保险柜的门站起身来，很有礼貌地对吝啬鬼说道：‘您要这些工匠们制作的这种新型保险柜实际上是根本不存在的。但是，如果您在任何一个保险柜里放入我的这根厚带子，就完全能够满足您所提出的要求。现在请您兑现您的承诺吧！请您先拿出制作100个保险柜的钱分发给这些为您制作保险柜的工匠们，再请您扶出您的漂亮女儿，我要带她去游历整个欧洲。’

“经过年轻人与吝啬鬼之间一番艰难的验证和辩论，在各位工匠的共同监督下，最终，工匠们都逐个拿到了他们制作新型保险柜所应得的费用，而那个年轻人也挽着吝啬鬼漂亮的女儿高高兴兴地走出了庄园。

“后来，人们才知道那个年轻人的名字叫奥古斯特·费迪南德·莫比乌斯。他所使用的那根厚带子也被当地人叫做莫比乌斯带。

“久而久之，这个莫比乌斯带的故事越传越玄，有人讹传莫比乌斯在他使用的那根带子里施了魔法。后来，人们干脆称它为魔带。”

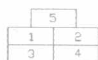
米兰一边听一边想，可越想越乱。她抬起头问昭阳：“那……那个莫比乌斯先生用的魔带又是怎么达到吝啬鬼的要求的呢？”

昭阳笑得很诡异：“这你也信？你真是傻得可爱。不过，说真的，这里面确实是有科学根据的。年轻的莫比乌斯先生就凭一根厚带子，既挖出了吝啬鬼的钱财，又得到了吝啬鬼

的漂亮女儿，怎么做到的呢？要解释这个问题，我得给你画几幅图。”说完，昭阳向身旁的服务员要来了纸笔。

昭阳在纸上画着什么，他画完后对米兰小姐说道：“你先看这幅图里的上面两个图形。

“在这两个图形上各有五个矩形。但这五个矩形中的每一个矩形是不可能同时接触到其余四个矩形的。或者说这两幅图中的那五个矩形在二维平面之内——是绝对无法达到吝啬鬼所提出的苛刻要求的。





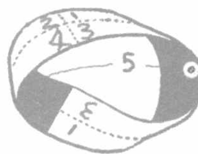




矩形框框图

“我们接着再看下面两幅图中的左图：在左图中只有 5# 图形可以同时接触其余的四个矩形，而 1#、2#、3#、4# 矩形仍然无法同时接触到另外四个矩形。也就是说——在二维平面范围内，我们还是无法达到吝啬鬼提出的苛刻要求。

“最后，我们再看看下面两幅图中的右图：在右图中的大矩形的正面排布的是 1#、2#、3# 和 4# 矩形，而 5# 矩形被排布在了大矩形的背面。经过这样的排布，我们再将这个矩形布带的两个端头按照制作莫比乌斯圈的方式，将它们扭转 180°，再对接起来。这样，奇迹就出现了！



带子扭转图

“我们可以从这个图中清楚地看到，原来不能相互接触到的 2# 矩形和 3# 矩形，以及 1# 矩形和 4# 矩形在这幅图里居然可以通过 5# 矩形接触到了。或者这么理解：在这个图中的任何一块矩形都与其余四块矩形有了公共的边界。这样，我们年轻的莫比乌斯先生所使用的莫比乌斯带——魔带就完全达到了吝啬鬼所提出的要求。当然，莫比乌斯先生最

终既挖出了吝啬鬼的钱财，又得到了吝啬鬼的女儿。”

“不错啊！还真像那么回事儿啊！”米兰开始欣赏眼前这个年轻人了。

昭阳见状清了清嗓子，开始模仿起李教授的姿势来：“大科学家M.C.埃吉尔曾经说过——人们所能做的最多就是发现和认识自然本身，而它们的存在决不依赖于人类的智慧。而我们人类的智慧则应该表现为：当我们发现和认识了一些自然现象后，我们应当利用这些自然现象来服务社会、造福人类。”

“行啊，还学会引经据典啦！”米兰也调侃道。

“这还不是跟那史前一万年的李教授学的？别看他现在在酒吧工作，像是走在潮流前沿似的，整天这个学说那个理论的，整个一复读机呀。”米兰有点吃惊地望着昭阳，他讲得正来劲。突然他话锋一转：“瞧他戴的那眼镜，方方正正的，有多帅气、多好看哪！其实，他的思想比他的相貌和外表更年轻、更前卫……”

米兰听得糊里糊涂，没弄明白昭阳这话里到底是褒是贬。只见他鬼使神差般冲米兰身后说了一句：“您说是吧，老师？”

米兰这才明白过来。

“行啦行啦，你这小子，还当我什么都没听见呢！”李教授奇迹般地从米兰身后走来，脸上挂着笑。

“嘿嘿。”昭阳挠着后脑勺，笑得很尴尬。

李教授望着米兰，说：“米兰小姐，昭阳他就这样，喜欢开玩笑，您可别介意啊。”

“没有没有，其实他挺有意思的。”米兰连忙说。

“老师，您也太不相信我了吧！您看人家米兰小姐都说我有意思了吧。”昭阳抱怨道。

“得了得了，咱们一起去吃个便饭，庆祝一下吧。”李教授转过身来看着米兰，“米兰小姐，行吗？”

“庆祝？”米兰还没明白过来。

“哎呀，也就是说，老师和那个法国佬的生意谈成啦！”见米兰一脸不解，昭阳急忙凑上来解释道。

米兰这才反应过来，欣然同意。

三人离开了展览馆，昭阳拦了辆的士。

正午的天气渐渐变得燥热起来，路面反射的光有点白亮刺眼。李教授坐在副驾驶的位置上，昭阳和米兰在后座你一句我一句地对呛着，偶尔李教授也会因为咄咄逼人的昭阳掺和几句。车像要驶向没有终点的旅途，一路飘洒着欢笑。

到了餐厅门口，昭阳抢先下了车，走到米兰这侧的车门外，帮米兰打开车门，然后弯下身子笑着说：“欢迎光临本餐厅，我们将热忱为您服务。我们有川、湘、鲁、粤各色菜肴，满汉全席名厨主理，可举办各类婚庆寿宴。请问小姐几位？”

李教授笑着拍了拍昭阳的背：“你别吓着人家姑娘，这是干吗呢！”

米兰起初确实被吓了一跳。听昭阳讲完，倒觉着这确实

像他的风格。于是走出车来，摘下墨镜，故意把视线撇向一边，摆出一副严肃的表情，说："2.5位。"

昭阳一听，微微站直了身子问道："2.5位？除了你和老师，还有0.5位是谁呀？"

米兰却看着昭阳得意地说："我和李教授将半个你卖给餐厅当服务生啦！"

李教授看着昭阳，不置可否地笑出声来。

昭阳点点头，做出了一副更加殷勤的样子说："原来是这样，两位里面请。"

米兰把墨镜放在包里，和李教授他们一起走进餐厅。回头的时候，正巧瞥见餐厅对面的主题公园里，一群天真无邪的孩子正在一个巨大的梯式莫比乌斯圈上攀爬。

"莫比乌斯圈……"米兰默念了一句。

李教授和昭阳也循着米兰的视线看过去。

李教授满意地笑了笑。

昭阳感叹了一句："看样子，第二个莫比乌斯呆子就要诞生了。"

米兰转身面向着李教授和昭阳："好啦好啦，咱们进去吧。"

三人步入餐厅。

米兰心想，莫比乌斯圈确实是个神奇的东西。



为了赶稿子，米兰都好久没有出门了，整天在家对着笔记本敲打键盘。她正在写的文章是以东西方文化的碰撞与融合为主题的。不过，由于米兰对于东西方文化的交融与相互影响还有太多疑问尚未解决，所以写起来觉得十分吃力。

现在，整篇文章的初稿已经基本完成了。为了犒劳自己，米兰决定好好放松一下，出去逛逛街、购购物、透透气、打打牙祭。

出门向西，是繁华的步行街。那里有米兰最喜欢的小吃，最喜欢的青木·三色服饰，最喜欢的NIKE鞋，最喜欢的新瀚城的小精品……有太多太多她喜欢的东西——那里仿佛就是为她而存在的。

拿上提包，米兰这就出发了。

早上空气格外新鲜，街道也被打扫得很干净。踏着晨曦，世界是崭新的。路旁的法国梧桐树下有微风吹过，阳光透过树叶的间隙，映射着太阳的色彩，像是撒在地上的金币，一闪一闪的。米兰觉得，能出来透透气是件幸福的事。

她径直走到青木·三色店里，买了一条今年最新款的连衣裙。然后一家家逛过来，穿梭于开着冷气的店面与烈日炙烤的户外。渴了，就在冷饮店买上一支冰淇淋或一瓶七喜，既消暑又可口。米兰觉得自己就好像回到了大学时代，既没有工作的烦恼也没有生活的压力，无忧无虑的生活让人眷恋。



购物虽然疲惫，米兰却也觉得很开心。她一路哼着梁静茹的歌，并刻意让自己高跟鞋的踩踏声融入“咯噔、咯噔噔”的旋律中，自在得像只小鸟。

她捧着一杯珍珠奶茶进了地铁，米兰在一张宣传海报前停下了脚步。海报上是一张熟悉的面孔，方方正正的眼镜，一脸严肃。上面赫然写着：揭开莫比乌斯圈的神秘面纱，解读疯狂魔带里的神奇世界——莫比乌斯圈专题讲座。

再看看海报上的时间和地址，就是后天上午，在自己家附近的大学礼堂里。

米兰想了想这几天的日程安排，刚好有空，于是她决定去听专题讲座，说不定会有不小的收获。

想到莫比乌斯圈，米兰又到互联网上搜了搜，可是并没有什么更新的资讯。

她瘫倒在床上，期待着后天上午的讲座。

第三天早上，忽然下起了蒙蒙细雨，米兰在垃圾桶附近找到了那把失踪的雨伞。她走出小区，雨势渐渐变大，像是要给沾满灰尘的街道好好洗个澡。雨水飘到米兰脸上，凉意从脸上淌进心里，让她觉得畅快淋漓。

好不容易到达目的地，米兰收起雨伞，正巧在礼堂门口遇到了昭阳。

“呦，什么风把我们米兰小姐吹过来啦？”昭阳故意拖着高腔调侃道。

“这风是挺大的，这不，我头发都让雨给漂湿了。”米兰

捋了捋自己的头发。

米兰看了看昭阳，接着问道："怎么，又换这儿来当迎宾了呀?"

"可不是嘛，知道您要大驾光临，我特意赶过来恭候。"昭阳应和着。

"那我真是荣幸啊!"米兰笑笑。

"得了，你先进去吧，等会儿就没座了。" 昭阳把米兰赶进礼堂。

米兰走进礼堂，几乎是座无虚席，绝大多数都是学生模样的年轻人，戴着眼镜，手拿笔记本，个个都像资深学者。放眼望去，已经没有多余的座位了。米兰只好在走道上找了个角落栖身。她看看手表，离讲座开始还有 20 分钟。

站了一会儿，米兰觉得小腿有些酸痛。加上到场的人越来越多，礼堂里浓重的霉涩气味让人窒息。米兰觉得有点眩晕。

她觉得自己好像就要倒了，她下意识地用手去扶墙，就在这一瞬间，忽然从她的身后传来一个熟悉的声音："你怎么还在这儿啊!"

米兰回过头，昭阳满头大汗地站在她身后。

"我真是服了你了，快跟我过来。" 昭阳对米兰做了一个"过来"的手势。

米兰跟着昭阳来到第一排。

昭阳用手指着一个座位，示意米兰坐下："这个位子是主办方留给我的，我反正也没时间坐，你就坐吧。要是有人



问，你就说是我让你坐的。"

说完，昭阳找到了清场的工作人员打了声招呼，就匆匆离开了。

米兰起初觉得十分不自在，但讲座一开始，她便把这些抛到了九霄云外。

九点整，李教授准时出现在礼堂的舞台上，昭阳手里拿着些什么紧随其后。喧哗的观众立刻安静了下来。米兰第一次看到昭阳有如此严肃的表情。

李教授走到黄金分割点的位置，用早已准备好的话筒试了音，讲座正式开始。

李教授笑笑，说："在今天的讲座正式开始之前，我想请那些对莫比乌斯圈已经有一定了解的与会者举下手，好吗？"

台下几乎所有人都将手举了起来。

"好，谢谢，把手放下吧。"李教授接着说，"看来大学生朋友对莫比乌斯圈有一定的认识。这让我很有压力！因为想糊弄你们都糊弄不了了。"

台下响起一片笑声，原本凝重的气氛轻松了许多。

米兰这才发现，原来李教授也非常幽默。

李教授伸出手掌，示意大家安静下来。他又接着说："那么，我们今天的内容就从一个故事开始：从前某县有一个昏庸的县太爷，他一上任，就收买了一些窃贼来搜刮百姓。老百姓对这些窃贼恨之入骨，但又敢怒不敢言。这一天，有个窃贼跑到一个书生家里行窃，被隔壁邻居逮了个正着。

邻居要书生写好了状子，大伙儿陪着书生，押着窃贼一起来到县衙门前击鼓告状。县太爷听到击鼓声，只好升堂问案。

“县太爷坐到太师椅上往下一看，被告竟然是受他庇护的窃贼；而原告却是一个文弱书生，心中一阵窃喜。他闭着眼睛听了一会儿原被告双方的供词，又胡乱问了几句话就说：‘书生已经承认窃贼不是他本人抓到的，既然窃贼不是书生抓的，那书生告窃贼行窃就是诬告。’但是，县太爷想：如果由我本人在公堂上宣读审判结果，肯定会引起众怒。他考虑了一会儿，就撕了一张小纸条，并在纸条的正反两面都写了数目相同的六个字。最后，县太爷把小纸条交给书记官，要求书记官必须严格按小纸条上的意思办，就匆匆离开了县衙大堂。


书记官气炸了肺图

“县太爷走后，书记官拿起纸条一看，差点气炸了肺。

“原来小纸条的正面写的是：书生立即关押；反面写的是：窃贼立即放掉。这一下，书记官可就为难了：放掉书生吧，自己将要丢掉饭碗；放掉窃贼吧，自己将要被全县老百姓所唾骂。最后，他只好把小纸条拿给书生看，让书生自己决定到底应该怎么办。

“书生翻来覆去看了看小纸条，然后将小纸条扭转 180°，再围转过来，对接粘好；最后他让书记官将这个纸圈放在案牍上，将窃贼关进牢房，其余人等全都离开县衙大堂就行了。

“过了一会，县太爷回来后，听说书记官把书生放了，却把窃贼给关了起来，气得暴跳如雷，问书记官这是怎么回

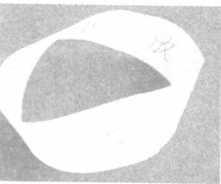
事。书记官马上从案牍上拿起那个纸条做的圈圈，送到县太爷眼前，指给县太爷道：‘老爷，您的纸条上可清清楚楚地写着——立即关押窃贼立即放掉书生——我可是完全按照您写的县令办的啊。您说对吧？现在全县的老百姓都说您是个包青天一样的好官啊！’县太爷拿过纸条看了又看，心想这是怎么回事呢？纸圈上确实是自己刚才所写的十二个字——立即关押窃贼立即放掉书生啊！最后，县太爷还是百思不得其解，只好哑巴吃黄连不再做声了。"

李教授的故事讲完之后，礼堂里响起了一片片的哄笑声和议论声。

停了片刻，李教授继续说道："谁能说说这是怎么回事吗？难道书生让书记官挪动了纸条上的字？这当然不可能。那么这些都是怎么做到的呢？"

礼堂里一下子变得鸦雀无声，谁都没有反应过来。

"书生并没有让书记官挪动纸条上的字，而是将小纸条扭转 180° 再对接上，制成了一个莫比乌斯圈。这时，小纸条上的字就形成了多个循环字链。我这里也做了一个同样的纸圈，我想请一位同学上来验证一下。有志愿者吗？"他向台下望了望。



立即关押窃贼……字链图

很多人举起了手。李教授叫了一个邻近的女生。

女生从昭阳手中拿过纸条，在李教授的指点下开始读出字链："①书生立即关押窃贼立即放掉；②立即关押窃贼立即放掉书生；③关押窃贼立即放掉书生立即；④窃贼立即放

掉书生立即关押。"

女生读完后回到座位，李教授又接着说："那么，大家在宣传海报上也看到了，今天，我们讲座的目的就是让大家能更加深入地了解莫比乌斯圈。事实上，刚才所讲的故事从某种意义上来说是为了提高大家的兴趣——我可不希望此次讲座变成催眠秀。"

观众席传来了朗朗笑声。

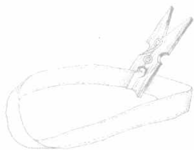
李教授再次示意大家安静，接着说："这个故事想说明什么问题呢？它是想说明在莫比乌斯圈上，谁都无法界定它的起点与终点。其实，这就是莫比乌斯圈的第一特性：直到今天，人类还无法准确地界定哪个面是莫比乌斯圈的正面或者是反面、里面或者是外面；谁都无法准确地指出哪个点是莫比乌斯圈的起点或者终点；谁都无法准确地确定哪里是莫比乌斯圈的前边，哪里是莫比乌斯圈的后边。那么，除了这一点以外，莫比乌斯圈还有什么其他的性质呢？让我们从实验中来验证。我的助手带了一些道具过来，我想请几位同学上台来，跟我一起动手做实验。"

他示意昭阳将道具放在桌上。

然后，被获准上台的学生三三两两地走了上来。米兰心里直痒痒，也想上去试试，可心里还是怯怯的。正当她好不容易鼓起勇气准备起身时，李教授却忽然说："实在不好意思，我们的同学们实在太热情了，但道具有限。其他有兴趣的同学可以根据我的指示在下面，或者回去以后自己尝试。"

米兰长吁一口气，懊悔着没有早做决定。

李教授讲解道："现在我为大家准备的道具有笔、直尺、剪刀、胶水、小夹子和几片纸条。"昭阳顺势将几样东西拿起来向大家展示。


小夹子夹纸条图

稍事停顿后，李教授接着说："下面请取出两片纸条：在其中一片纸条上画上一条中心线；在另一片纸条上画上两条平行线（三等份线）。"

说完，李教授将大家的目光引向了昭阳。昭阳将按要求画好线的纸条向众人举起。

"现在，把小纸条的一个端头扭转180°，用小夹子把纸条夹好。接下来我们就要对这个莫比乌斯圈进行裁剪了。我们先沿着一个莫比乌斯圈的中心线把它剪开。"李教授让小王和台上的人都先停止动作，说道："在裁剪之前，我想请大家想一想，这一剪刀剪下去，将会得到一个什么样的结果？这个莫比乌斯圈究竟会被剪成一个圈，还是两个圈，甚至更多个圈呢？"




纸带被从中间剪开图

"当然是两个圈啦！总不可能将这个纸圈从中间剪一刀反倒被剪成一个圈吧！"坐在昭阳旁边的一个女生不假思索地说道。

"是吗？那好，那就请大家现在就开始剪吧，让我们来看看究竟结果怎样。"李教授笑着看了那个女生一眼，又回过头面向台下的观众。

昭阳和台上的学生们都飞快地舞动着手中的剪刀。当他们剪完最后一刀，用手指将纸带慢慢拉开时，奇迹出现了！

裁剪的结果竟然真的是一个比刚才没剪之前的那个莫比乌斯圈大一点、窄一点、有点扭曲的纸环圈。

见到这样的结果，台上台下的大学生们都开始纷纷议论起来。

李教授在大家短暂的讨论后，做了个“安静”的手势，接着说道：“刚才你们所看到的事实，就是我准备介绍的莫比乌斯圈的第二个特性——当我们沿一个莫比乌斯圈的中线将这个莫比乌斯圈剪开时，我们将得到一个周长比原周长长一倍、表面宽度是原表面宽度一半的普通环圈。”


夹了四个夹子图

说着说着，只见李教授从昭阳手中接过两个夹子，将它们分别夹在小王刚刚剪完的纸环圈上的两个接缝处小夹子的对面。

李教授拿起夹好四个小夹子的纸带，面带神秘的微笑问道：“刚才的奇迹你们已经亲眼所见啦。接下来，如果我将手中的纸环圈沿中心线再剪上一刀，你们说，我手中的纸环圈将被剪成一个什么样子呢？”

这次，大家都不敢轻易回答了。过了许久，在台上参与实验的一个男生开了口：“我猜……应该是被剪成……一个更大的纸环？”

李教授朝刚刚说话的女生点了点头，问了一句：“这位同学好像有不同的意见？”

“我觉得……”女生腼腆地笑了笑，“我觉得这个纸环圈应该被剪成两个周长和宽度相等，而且是可以完全分开的纸环圈。”



“好的，你们回答得都挺好！”李教授挺了挺身子，对昭阳点了点头，示意他将纸环圈剪开，公示结果。

昭阳剪完最后一刀，用手小心拨开相互缠绕在一起的两个纸环圈。他每一只手提着一个纸环圈的上半部分，中间部分互相缠绕在一起，两个纸环圈的下部分耷拉在下面。



纸带被第二次剪开图

“现在结果已经很明显了。”李教授又走回到黄金分割点处，“是两个相互缠绕在一起、周长与原纸带周长一样长、带宽比原纸带窄了一半的纸环圈。这是莫比乌斯圈的第二个特性的后半部分——如果我们将已经沿中心线剪开的莫比乌斯圈继续沿其中线将其剪开时，我们所得到的将是两个周长与普通环圈一样长，表面宽度是原莫比乌斯圈宽度的四分之一，且互相套在一起的普通环圈。”

李教授环视了会场一圈，继续说道：“为什么是这样的结果呢？其实，我们只要分析一下就明白了。”



纸圈被无限放大图

“首先，我们应该排除纸带被剪成一个大纸环的可能性。因为，第一次将这个莫比乌斯圈剪开时，它就被剪成了一个大纸环圈。如果第二次将这个大纸环圈剪开时，它又被剪成了一个更大的大纸环圈，则说明该纸环圈是可以被无限放大的，这显然是不对的。

“其次，我们要排除这个纸圈被剪成三四个纸环圈的可能性。显然这仍然是在被无限放大，因为纸环圈被越剪越多了。

“最后，我们的结论当然就是——这个纸环圈将会被剪成两个纸环圈。但是，这两个纸环圈不可能是被完全分开的。

如果它们可以被剪成完全分离的两个纸环圈，那我们当初选用莫比乌斯圈来进行裁剪就完全是多余的，因为它已经回到了普通环圈的状态。换句话说，就是莫比乌斯圈与普通环圈完全一样了，没有任何区别。这显然也是不对的。”

没等李教授讲完，下面又响起了纷杂的议论声。

这次，李教授留了相当长的讨论时间。台上的几位同学也相互讨论起来。

片刻之后，李教授又凑到了话筒旁：“好了，好了，大家一时之间可能还无法接受这一事实，那就请讲座结束后再仔细思考一下。实践是检验真理的唯一标准！现在，我们将进入更加精彩的环节。”

大学生们很快安静了下来，重新将目光投向坐在讲台后面的李教授。

“下面，我们试着沿三等份线来裁剪另一个莫比乌斯圈。在动手之前，我们再来猜测一下，这个莫比乌斯圈又将会被剪成什么样呢？”李教授再次发问。

“难道又是一个大圈？”一个男生问道。

“我想应该是两个圈。”有个女生说。

猜测的人越来越多，答案五花八门。

“好好。”李教授摆摆手，“那么，就让我们带着疑问与猜测，动手试试吧。”

昭阳拿起剪刀，几下就将莫比乌斯圈剪成了一大一小两个纸圈。这两个纸圈中的大纸圈的周长比原莫比乌斯圈的长


纸圈被剪成三等份图

度长了一倍，宽度仅仅是原纸圈的三分之一。而小纸圈的周长与原莫比乌斯圈一样，宽度也仅为原莫比乌斯圈宽度的三分之一。

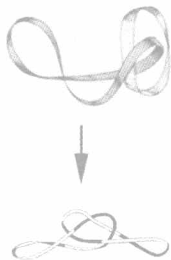
“这次的莫比乌斯圈被裁剪成了一大一小两个环圈，有点出乎意料吧！”李教授放低了音调说，“其实，这就是莫比乌斯圈的第三个特性所涉及的内容。莫比乌斯圈的第三个特性可以叙述为——如果我们要沿着靠近莫比乌斯圈中心线且与该中心线距离相等的对称线进行裁剪，我们将得到两个从外观形状到存在方式以及称谓上都完全不同的两个环圈。其中一个环圈是莫比乌斯圈，另一个环圈是普通环圈。”

李教授又停了下来，他在等待台下短暂的议论结束，接着他继续说道：“这样吧，我们已经试过在纸条上画一条线、两条线，并且将它们做成了莫比乌斯圈，又将它们裁剪出来，而且还知道了裁剪的具体结果。接下来，我们就请台上的同学把桌上的纸条分别画上等分的 3 条线、4 条线、5 条线……10 条线之后，再把这些纸条都做成莫比乌斯圈，然后按画线路径对这几个莫比乌斯圈进行裁剪。最后，咱们一起来看看，经过他们的裁剪，这些原本一模一样的莫比乌斯圈究竟会被裁剪出什么结果来。”

过了好一会儿，台上的学生们纷纷剪完了他们手中的纸圈。李教授看了看桌上的一堆堆纸条，对他们说：“你们谁来讲讲吧！”

“我来讲吧。”一个男生举起手来。

李教授笑着将话筒递给他。男生指着一堆纸条说："这是画三条线的纸条。我们先在纸条上画了三条距离相等的线，然后将纸条做成莫比乌斯圈，再沿着靠边缘的那条线将它剪开，所得到的结果是：一大一小两个纸圈。其中的大纸圈是一个普通环圈，它的周长比原莫比乌斯圈的长度长一倍，大纸圈的宽度仅是原莫比乌斯圈宽度的四分之一。而小纸圈却是一个莫比乌斯圈，它的周长与原莫比乌斯圈长度一样，表面宽度却是原莫比乌斯圈的一半；但这个小莫比乌斯圈的中间仍有一条中心线，如果继续沿着这条中心线剪一刀，则我们还将得到一个周长比原莫比乌斯圈的长度长一倍，宽度仅为原始莫比乌斯圈宽度四分之一的普通环圈。由于刚刚剪出来的这个普通环圈与第一刀剪出来的普通环圈，在周长与宽度上是一模一样的，所以我们得到的这两个普通环圈也是完全一样的。"



按3条线裁剪的纸条图

"那么，如果我们分别沿着这两个普通纸圈的中心线再剪上一刀，则我们就可以得到四个周长与未剪之前完全相同，表面宽度仅为原始莫比乌斯圈表面宽度八分之一的普通环圈。至于在纸条上画四条线、五条线等的结果就在桌上。"

男生指了指桌面："桌上的七八个纸圈就是按您的要求，在它们正反两面画上3～10条等份线，然后把它们做成莫比乌斯圈，最后将它们分别剪开之后所得到的结果。"

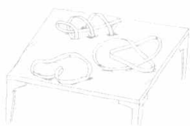
"我们还根据裁剪出的结果得出以下结论：

"首先，是画奇数条线时：例如⑤、⑦、⑨条线——然后



再对它们进行裁剪，将分别得到③、④、⑤个周长长了一倍，宽窄一模一样的普通环圈。

“其次，是画偶数条线时：例如④、⑥、⑧、⑩条线——然后再对它们进行裁剪，将分别得到②、③、④、⑤个周长增加了一倍，宽窄一模一样的普通圆环，还要再加上一个中间的窄莫比乌斯圈。”



剪出的各种纸环圈图

李教授望着台上回答问题的同学，微笑着点点头，满意地走回到黄金分割点，突然发问道：“这样的结论没有问题吧？”

同学们都摇摇头表示没有问题。



互相矛盾图

李教授面向台下，再次问道：“真的没有问题吗？”

同学们都没弄明白李教授的意思，疑惑地望着他。

见大家都不出声了，李教授这才开口：“事实上，还有一个问题大家没有注意到。刚才我们叙述的莫比乌斯圈的特性二和特性三的表述与我们对莫比乌斯圈的裁剪结果是完全吻合的。但是，这就出现了一个非常棘手的问题——我们是在同样的莫比乌斯圈的表面进行裁剪，怎么会出现两种完全不同的结果呢？这岂不是互相矛盾吗！”

听李教授这么一说，台下一片哗然。

李教授拍拍手掌，等礼堂安静下来，便接着说道：“既然大家都不能说出准确的答案，那就只好听我来说了。刚才大家得出的结论有两个：一是如果我们沿着这个莫比乌斯圈的中心线剪一刀，我们将会得到一个普通环圈；二是如果我们沿着靠近莫比乌斯圈中心线，并且与该中心线距离相等的

一条对称线进行裁剪，将会得到一个普通环圈和一个‘窄’莫比乌斯圈。那么，这两个结论哪一个是正确的呢？”

大家好像一下乱了方寸，都呆呆地望着李教授发愣。

李教授见状停了一下，然后大声说道：“其实，刚才你们的答案是正确的。”

李教授的话音未落，会场像炸开了锅，争论声一声高过一声。

李教授用手指弹了弹麦克风，等礼堂安静下来，接着说道：“当然，我刚才说的所谓正确的答案是指——到今天为止，全世界所有介绍和论述莫比乌斯圈的书籍，也都是像你们刚才所叙述的结论那么写的，甚至教授莫比乌斯圈课程的老师也都是这么教的。所以，我才说这个答案是正确的。”

说到这儿，李教授又停顿了一下，他推了推鼻梁上的眼镜，看了看台下的听众，加重语气继续说道：“其实，你们很清楚，对于同一个事物而言，不应该有两个完全不同的结果。或者说这么多年来我们进入了一个难以被人察觉的误区，留下了些许遗憾。当然，也许你们有人会认为，刚才我们所说的是两回事：一种是画奇数条线的莫比乌斯圈，一种是画偶数条线的莫比乌斯圈。

“但是，在我们专业人士看来，这两种情况其实是一回事，因为你是在同一个莫比乌斯圈的表面上画线并裁剪。当你画偶数条线再裁剪时，你能得到一个普通圈和一个莫比乌斯圈。这就说明每一个莫比乌斯圈上都包含着一个普通环圈

和一个莫比乌斯圈。但是，当你画奇数条线再裁剪时，你却只能得到一个普通环圈，而少了一个莫比乌斯圈。你们自己觉得——这样的裁剪结果符合自然规律吗？”

李教授看着台下的学生们，礼堂里忽然变得鸦雀无声，安静得可怕。

“下面我们就来看看，这150年来人们究竟在什么地方进入了误区。”李教授清了清嗓子，接着说，“台上的各位刚刚都在纸条上画过线，应该很清楚：如果我们在一个莫比乌斯圈的表面上画②等份线、③等份线，甚至⑩等份线、⑳等份线等都是可以做到的。认真一点还可以沿着这些线条将这个莫比乌斯圈剪开，现在大家已经做到了。

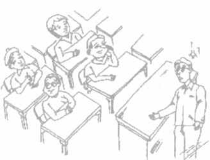
“大家在裁剪这些莫比乌斯圈的同时肯定会发现，等份线的条数越多，被裁剪下来的纸带宽度就会越窄。而当我们要在莫比乌斯圈的表面上画100条等份线、1000条等份线，那就非常困难了。接下来，如果我们还要沿着这些线将这个莫比乌斯圈剪开就更困难了，甚至是不可能的。例如我们要在这个宽度为50mm的莫比乌斯圈的表面上画1000条线，然后，我们再沿着最外面的那条线对这个莫比乌斯圈进行裁剪，我们就几乎无法对它进行裁剪。因为这时我们将要裁剪的纸带宽度仅为0.05mm，这就相当于一根头发丝的粗细。就算我们能将这个普通环圈裁剪出来，我们将得到一个宽度为0.05mm的普通环圈和一个宽度比原来仅仅减少了0.1mm的莫比乌斯圈（沿边缘每边减少0.05mm）。

“说到这儿，我请大家注意一个问题，如果我们让那条靠近莫比乌斯圈边缘的线无限靠近莫比乌斯圈的边缘，大家都会明白：这个非常窄的普通环圈是剪不出来的！因为在这个裁剪过程中，只要我们稍有不慎，就会剪偏甚至将非常窄的纸带剪断。因此，它只能是存在于我们头脑之中的一个虚拟的环圈。

“现在，我们再来看看这个莫比乌斯圈的中心线附近发生了什么：当我们在一个莫比乌斯圈上画偶数条线时，由于我们是沿着与该中心线距离相等的对称线进行裁剪，所以我们最终会剩下一个很窄的莫比乌斯圈。当我们在一个莫比乌斯圈上画奇数条线时，由于最中间总有一条中心线，我们沿着这条中心线剪开这个莫比乌斯圈，当然就不会再剩下一个莫比乌斯圈啦。但是，你们又忽视了一个问题——”

李教授停了下来，他喝了一口水，继续说道：“现在我仍然用刚才那个50mm宽的莫比乌斯圈来谈问题，我们先假设在这个莫比乌斯圈上画了1000条线，每条线的宽度是0.05mm。如果对这个莫比乌斯圈进行裁剪，最后将在最中心处剩下一个宽度仅为0.05mm的莫比乌斯圈。再假设在这个莫比乌斯圈上画了1001条线，每条线的宽度也相当于0.05mm。如果对这个莫比乌斯圈进行裁剪，到最后这个莫比乌斯圈被裁减得只剩下一个宽度仅为0.1mm的‘窄’莫比乌斯圈了，而我们还必须沿着这个‘窄’莫比乌斯圈的中心线再一次进行裁剪，才能保证我们最终获得一个普通环

圈。而这个普通环圈的宽度仅为0.05mm。这样子，就算你在高倍显微镜的帮助下，也很难裁剪出非常完整的、只有头发丝粗细的莫比乌斯圈或者是普通环圈来，这是第一点。第二，你们在裁剪莫比乌斯圈时会发现：当你沿着莫比乌斯圈的中心线裁剪完后，被剪开的圈圈两边有的地方会留有中心线的痕迹，有的地方没有中心线的痕迹。这说明我们裁剪的动作很不准确，稍有不慎就会剪偏。如果这根非常细的中心线本身就是一个莫比乌斯圈呢？那么，只要我们的裁剪稍有偏差，这个莫比乌斯圈就将被融入被裁剪下来的部分之中去。"



望着有些木讷的同学

讲到这儿，李教授停了下来，望着有些木讷的同学们，接着继续说道："刚才这段叙述可能有点枯燥，但却非常重要。因为这段叙述将决定莫比乌斯圈的第二、第三个特性的进一步完善。"

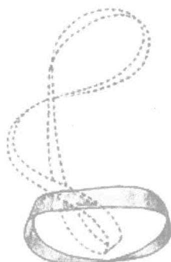
李教授站直了身子，微笑着望向台下的大学生们："其实，普通环圈和莫比乌斯圈最根本的不同在于：普通环圈里只存在着普通环圈，而莫比乌斯圈里永远同时存在着普通环圈和莫比乌斯圈。当我们裁剪普通环圈时，我们得到的仍然是普通环圈。

"当我们裁剪莫比乌斯圈时：

"如果我们是靠近莫比乌斯圈的边缘进行裁剪，我们将得到一个普通环圈和一个莫比乌斯圈；如果离边缘太近无法裁剪，我们仍将得到一个处于虚拟状态的普通环圈和一个实实在在的莫比乌斯圈。

“如果我们是靠近莫比乌斯圈的中心线进行裁剪，我们也将得到一个普通环圈和一个莫比乌斯圈；如果离中心线太近无法裁剪，我们将得到一个实实在在的普通环圈和一个处于虚拟状态的莫比乌斯圈。

“这段关于对莫比乌斯圈进行裁剪叙述的意义在于：它将莫比乌斯圈的第二、第三个特性进行了合并、完善和提高。现在，我们可以把莫比乌斯圈里永远存在两个环圈（一个莫比乌斯圈和一个普通环圈）的叙述暂定为莫比乌斯圈的第四个特性。或者说是莫比乌斯圈的第二、第三个特性经过合并、完善和提高之后的21世纪最新的莫比乌斯圈特性版本。”



虚拟普通环圈和实际莫比乌斯圈图



实际普通环圈和虚拟莫比乌斯圈图

李教授一边摘下眼镜擦了擦，一边慢条斯理地说：“其实，这个莫比乌斯圈的第四个特性的意义非常重要。它从本质上反映出普通环圈和莫比乌斯圈之间的不同之处；更关键的是，这个特性的哲学意义远远大于它的数学意义。它所揭示的哲学内涵是和谐、包容、合而为一、一分为二、对立统一、共存互补、物质不灭。所有这些对于我们克服数学、哲学等学科领域里存在的思想障碍，将起到不可估量的作用。就像数学大师 A.N.Whitehead 先生所说的那样：‘数学的首创性在于数学科学展示了事物之间的相互联系，如果没有人的推动作用，这种相互联系就不明显。’”

李教授慢慢将眼镜戴上，向台下扫过一眼。台下的听众里有的在小声激烈争论；有的木讷地望着李教授；有的若有所思。但整个礼堂还算安静。

李教授又凑近话筒，说："大家听了这么多，一定都很累了。那么，我就再给大家讲个故事，来调节一下现场气氛吧。"

昭阳对台上参加互动的同学们道了声谢，让他们陆续走下台去。

李教授扫了大家一眼，接着说道："大家应该都听过龟兔赛跑的故事吧。兔子因为自大、偷懒和贪睡最终输掉了比赛。现在，我要讲的故事还是龟兔赛跑，但是，却是新版本的龟兔赛跑。这次龟兔赛跑的竞赛场地和竞赛规则都与以往不同了。因为时代不同了，竞赛场地和竞赛规则也要具有时代特征嘛。


新龟兔赛跑图

"这回的比赛场地有两个：一个是圆筒状赛道；一个是莫比乌斯圈式赛道。这回比赛的竞赛规则是：每位选手只能选择一种赛道，并在相同的时间里跑完固定的赛程，用时少的一方获胜。这次比赛共设三个冠军：一个是跑莫比乌斯圈式赛道的冠军；一个是跑圆筒状赛道内圈的冠军；一个是跑圆筒状赛道外圈的冠军。

"经过投硬币抽签，小乌龟抽得了选择场地的优先权。小乌龟选择了跑圆筒状赛道的内圈和外圈。小兔子心里暗暗窃喜，心想：'就算小乌龟跑得跟我一样快，等他跑完内圈，还要去翻越边缘，改变赛道，然后再重新投入跑外圈的比赛，他不输才怪呢！'

"这项具有划时代意义的比赛马上就要开始了。

"小乌龟来到圆筒状赛道的起跑线，认真地做着准备运

动。而小兔子却走到莫比乌斯圈赛道的最近点准备起跑。当然就像我们最开始讲的那个故事所揭示出来的莫比乌斯圈的特性一，在莫比乌斯圈上并没有真正意义上的起点与终点。小兔子蹲在起跑处暗下决心：‘这次我可要吃一堑、长一智，绝不在中途停下来休息和睡觉，必须一口气跑完全程，抢先拿到金牌，用事实雪洗我们兔子家族在上个世纪给后辈留下的百年遗恨。’

“发令枪一响，小兔子像箭一样跑了出去，小乌龟也不遗余力地向前爬。但是，到底还是力量相差悬殊。兔子只用了规定时间的四分之一就顺利跑完了全程。接下来就是兔子举着家族旗帜绕场一周、登顶、挂奖牌、捧鲜花、举金杯、奏乐、升旗、接受记者采访等一整套冠军的规定待遇和仪式，好不风光。等兔子接受完采访，比赛的约定时间才刚刚结束。

“这时，只见所有的记者又都蜂拥着跑向圆筒状赛道的终点。兔子忙问身旁的记者是怎么回事。有一位记者一边收起三脚架，一边回头告诉兔子：‘那边小乌龟也得了冠军，我们必须去采访小乌龟。’原来，小乌龟是在规定时间的最后一秒钟冲刺的。由于小乌龟是第一个跑完圆筒状内圈赛道的小英雄，小乌龟受到了与兔子一样的冠军待遇。


小乌龟也拿到了冠军图

“兔子看着比赛场地那边欢腾的景象，心里有一种说不出来的滋味。心想：‘我只用了小乌龟所用时间的四分之一，跑了小乌龟所跑路程的两倍，最后我们俩却都是冠军。这种比赛哪里还有公平竞争的味道！’

“小兔子越想越生气，它默默地离开了赛场。小兔子顺手将比赛靴仍进了草丛，并在心里暗暗发誓——我永远也不跟小乌龟搞什么比赛了。”

故事讲到一半，礼堂里便开始有些动静了，到故事讲完的时候，讨论声更是愈演愈烈。

李教授喝了口水，笑着继续说：“其实，刚才这个故事是在揭示莫比乌斯圈的另一个特性：用等长度的材料制作出的普通环圈和莫比乌斯圈，它们的表面长度是相等的；或者说莫比乌斯圈的表面长度等于普通环圈的内圈和外圈表面长度的累计之和。这一点很重要，请你们记住，我们后面还会讲到这条特性。

“下面让我们再来做一个小实验，大家可以在下面完成。请大家取出一张小纸条，做成一个普通环圈。”李教授等大家都做得差不多时接着说道，“大家可以清楚地看到，在这个普通环圈上不仅有两个面，而且有两条边。下面，我们再把这个普通环圈的一端扭转180°，制作成一个莫比乌斯圈。”

李教授又看着大家将莫比乌斯圈制作完成，说：“现在，我想请大家在这个莫比乌斯圈边缘线的任一点做一个记号，然后，让你们的手指从这一点出发，沿边缘线移动，看看会有什么结果。”

“怎么好像只有一条边缘线哪！”

“我想还是应该有两条边缘线才对。”

……



看到台下大学生们不停地争论和惊奇的目光，李教授又开口说："大家应该发现了。关于莫比乌斯圈的边缘以及莫比乌斯圈有几个边缘的问题，是一个长期以来被我们所忽视的问题。因为我们一旦接触到莫比乌斯圈，就会理所当然地去关注莫比乌斯圈那个宽宽的表面以及莫比乌斯圈的上面、下面、正面、反面、里面、外面等内容，而忽视了莫比乌斯圈的边缘线。

"其实这就是我今天要向大家介绍的莫比乌斯圈的特性五——莫比乌斯圈最少有一条边缘线！

"首先，我们来看看普通环圈上到底有几条边缘线。普通环圈的边缘线非常明确：左右各一、间距相等、泾渭分明、互不通连。

"其次，我们再来看看莫比乌斯圈上到底有几条边缘线。莫比乌斯圈的边缘线看上去也有两条，但由于它的两条边缘线是互相通连的，所以，莫比乌斯圈只有一条边缘线。"

李教授扶了扶眼镜，加重语气道："其实我刚才所讲述的莫比乌斯圈的特性五，是在制作这个莫比乌斯圈的材料厚度 $\delta \to 0$ 的条件下才能适用的。而当制作这个莫比乌斯圈的材料厚度 $\delta > 0$ 时，我们说这个莫比乌斯圈的边缘线将不再是一条，而是具有两条或者更多条边缘线。由这两条边缘线或者更多条边缘线所构成的表面实际上已经构成了一个新的莫比乌斯圈，或者是若干个新的莫比乌斯圈。"



多层的莫比乌斯圈图

礼堂里又响起了议论声。

李教授示意大家安静下来，说道：“可能有人没听清楚，没关系。”

他回过头，示意昭阳打开了投影仪。很快，投影仪的屏幕上显示出一个多层的莫比乌斯圈图片。

“这回我们可以清楚地进行观察了。我们原来所认同的莫比乌斯圈是宽宽的、单色的，其边缘是极薄的一条线；而现在这个莫比乌斯圈依然是宽宽的、单色的，但它的边缘已经不再是极薄的一条线，而是一个由多种颜色组成的、且具有一定宽度的一个面。现在如果我们用手指在这个具有相当宽度的、由多种颜色组成的莫比乌斯圈的边缘的表面上开始移动，大家将会发现：我们的手指在这个表面上移动了一圈，但却没有回到原点，而是回到了原点的对面；当我们让手指继续移动一圈，才会最终回到原点。这说明了什么问题呢？它说明在这个莫比乌斯圈边缘的表面上，仍然存在着另一个莫比乌斯圈。”

听李教授这么一说，台下再次一片哗然。

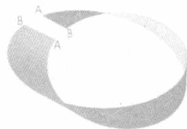
……

李教授用指尖轻轻敲了敲麦克风，他清清嗓子说：“其实，这就是我准备向大家做具体介绍的莫比乌斯圈的特性六——只要用来制作莫比乌斯圈的材料具有一定的厚度，任何一个莫比乌斯圈里，都将包含着另一个或几个隐含的莫比乌斯圈。”

讲到这儿，李教授停了下来，他扫了大家一眼，接着说

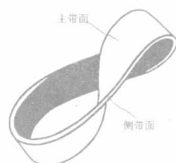
道："我想要特别提醒大家注意，我刚才所说的莫比乌斯圈的特性五和特性六是有其特定的适用条件的。这一点可能有点难懂，我想我们能不能这样理解莫比乌斯圈的特性五和特性六所阐述的内容：如果我们用来制作莫比乌斯圈时所用材料是有厚度的，则由其反映出的莫比乌斯圈的侧面将存在着隐含的莫比乌斯圈。如果我们制作莫比乌斯圈的材料的形状是各式各样的，则由其所反映出的莫比乌斯圈的边缘数值和隐含莫比乌斯圈的具体数量也将是各式各样的——或者说是一个可变化的变量。

"根据上面的结论，我们甚至可以引申出这样一个推论——当我们制作莫比乌斯圈时，我们所选用的材料厚度和材料形状将决定制作出的莫比乌斯圈的边缘数值和隐含莫比乌斯圈的具体数量。"



莫比乌斯圈剖切图

"可能我这样说还会有人不能理解，没有关系。"李教授看了昭阳一眼，昭阳便走到投影仪前更换了图片。



宽度 $\delta \to 0$ 的莫比乌斯圈图

李教授指着屏幕上的图片说："现设定该图中线段 AB 的宽度为 δ，当 δ 趋近于 0 时，我们将这条彩带扭转 180°再对接起来，从而形成一个我们所熟知的、最具代表性的、世界公认的莫比乌斯圈。"

李教授又向昭阳点点头，于是投影仪上的图片再一次被更换。

李教授继续说道："接着，我们再假设此图中的莫比乌斯圈的横切面不是一条宽度 $\delta \to 0$ 的直线 AB，而是一条宽

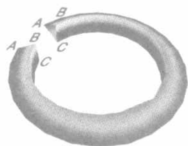
度 $\delta>0$ 的直线 AB，该莫比乌斯圈从外观上看，与世界公认的莫比乌斯圈基本一致。但这个莫比乌斯圈却具有非常明显的边缘线。而在这条边缘线所辖的平面里又形成了一个新的莫比乌斯圈。"



横切面为折线的莫比乌斯圈图

李教授再次向昭阳点头示意，于是投影仪上的图片再一次被更换。

"下面让我们来看看，我们用来制作莫比乌斯圈所选用的材料形状将决定制作出的莫比乌斯圈里隐含的莫比乌斯圈的个数。关于这一点，我们将以现在投影仪上显示的图片为例。"他指指图片说道，"假设我们用来制作莫比乌斯圈的材料的横切面不是一条直线 AB，而是一条折线 ABC（且 $AB=BC$，$AB\perp BC$），我们将发现：用这种材料来制作莫比乌斯圈时，我们会感到很困惑且无奈。因为无论如何，我们都无法将这两个端头完好地对接在一起。"



横切面为正三角形的莫比乌斯圈图

说到这儿，李教授指着图片强调："当对带状物品进行扭转与对接时，该带状物品的横切面形状将对扭转与对接后的结果产生很大的影响。"

李教授再次示意昭阳更换图片后解释道：

"接下来我们进一步假设。我们假设现在莫比乌斯圈的横切面如图中所示，是一个由三段等长的线段 AB、BC、CA 组成的等边三角形。我们发现：用这种横切面形状的材料进行扭转时，尤其是在扭转角 θ 等于 $0°$、$120°$、$240°$、$360°$时，我们都可以将这根带状物品的两个端头进行完好对

接，只不过是对接的顺序略有不同：

① θ=0° 时，对接顺序是 AB 面对接 AB 面，BC 面对接 BC 面，CA 面对接 CA 面；

② θ=120° 时，对接顺序是 AB 面对接 BC 面，BC 面对接 CA 面，CA 面对接 AB 面；

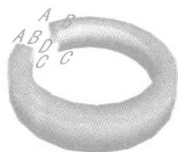
③ θ=240° 时，对接顺序是 AB 面对接 CA 面，CA 面对接 AB 面，BC 面对接 BC 面；

④ θ=360° 时，对接顺序是 AB 面对接 AB 面，BC 面对接 BC 面，CA 面对接 CA 面。

“以上四种对接顺序为我们呈现出了两种完全不同的对接结果。其中：第一、第四种对接顺序对接出的环状物仍有三个面，且每个面与相邻的另两个面之间都互不联通；而第二、第三种对接顺序对接出的环状物只有一个面，且面与面之间会依次相互联通。而且我们可以从环状物上的任一点出发，不需要翻越任何面与面之间的界线，就能依次走过该圆环上的每一个面而最终回到出发的那一点。我们是否能这样来思考——当我们对带状物品进行扭转时，我们就可能得到莫比乌斯圈？因为，只有莫比乌斯圈才具备通体只有一个面的，且不需要翻越面与面之间的界线，就能依次走过每个面而最终回到出发点的特质。”

“请大家务必要注意这一点，它在向我们揭示一个非同寻常的秘密。因为这个现象或者原理就是——莫比乌斯现象和莫比乌斯原理！”

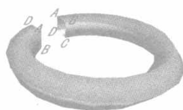
李教授的话音刚落，礼堂里就像炸开了锅似的，讨论声和议论声四起。



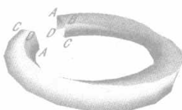
横截面为正方形的莫比乌斯圈图

李教授乘机端起杯子喝了口水，等了一会，礼堂仍然是人声鼎沸。李教授用手指尖轻轻地敲着桌子，议论声渐渐小了下来。李教授笑着说："到底是大学生，可不是能随便糊弄的群体啊！看来我的这种假设，还有必要做进一步的验证才能让你们信服啊。"

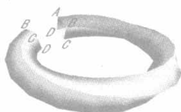
李教授又让昭阳更换了一张图片。


扭转 90° 的图形

李教授走到屏幕前，用教鞭指着屏幕上的图片说："下面，我们再来看这一张图。我们设图中的线段 AB、BC、CD、DA 的长度相等。那么此时这个环状物的横切面形状就是一个正方形。当我们对这个正方形条状物的两个端头进行扭转和对接时，我们将会发现：它的扭转对接方式也有好多种。

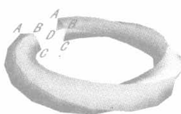

扭转 180° 的图形

"详细的扭转对接过程我就不再赘述，大家可以充分发挥你们的想像力，并结合现在投影仪上的这四幅图片来理解这个问题。包括扭转前的那幅图在内的五幅图中的扭转角 θ 分别为 0°、90°、180°、270°、360°。


扭转 270° 的图形

"我们通过扭转和观察可以得出如下结论：

"$\theta = 0°$ 时，扭转对接的结果为四个面，且四个面之间相互不联通；


扭转 360° 的图形

"$\theta = 90°$ 时，扭转对接的结果为一个面，且面与面之间彼此相互联通；

"$\theta = 180°$ 时，扭转对接的结果为两个面，且两个面之



间互相不联通；

“$\theta=270°$ 时，扭转对接的结果为一个面，且面与面之间相互联通；

“$\theta=360°$ 时，扭转对接的结果为四个面，且四个面之间互不联通。”

台下的大学生们大部分都仔细注视着投影仪上的图片，还有几个在底下写写画画的。米兰也费力地看着，还是被这些纠结的图形弄得头很大。

“这是怎么回事？”李教授换了疑问的语气，“是我们的实验出错了，还是个中有什么规律性的东西？抑或是这些带状物和棒状物都发疯了？”

李教授稍作停顿，又接着说：“下面我将对我们刚才所进行的实验内容进行一下总结，然后再做进一步的实验，并通过这些最基本的实验来证明我刚才的推论——我们选用材料的厚度和形状将决定制作出的莫比乌斯圈的边缘数值和隐含的莫比乌斯圈的具体数量——是正确的。

“由刚才对于几种形状的带子所进行的多次先扭转、后对接的实验结果，我们得出如下结论：

“第一，对于平面带而言：当扭转角为 0° 和 360° 时，平面带有两个面；当扭转角为 180° 时，平面带只有一个面；当制作莫比乌斯圈的材料厚度 $\delta\to0$ 时，材料横切面形状为一条线，此时平面带只有一个边缘和一个莫比乌斯圈；当制作莫比乌斯圈的材料厚度 $\delta>0$ 时，则材料横切面形状为一

个矩形，此时平面带有一条边缘线和两个莫比乌斯圈，一个明显的莫比乌斯圈、一个隐含的莫比乌斯圈。

“第二，对于三角形带而言：当扭转角为 0° 和 360° 时，三角形带有三条边缘线，既没有莫比乌斯圈，也没有隐含莫比乌斯圈；当扭转角为 120° 和 240° 时，三角形带只有一个面、一条边缘线和各一个扭曲程度不同，但却是明显的莫比乌斯圈。

“第三，对于正方形带而言：当扭转角为 0° 和 360° 时，正方形带有四个面，四条边缘线，没有莫比乌斯圈；当扭转角为 90° 和 270° 时，正方形带只有一个面，一条边缘线和各一个扭曲程度不同，但却是明显的莫比乌斯圈；而当扭转角为 180° 时，正方形带却有两个面，两条边缘线和两个明显的、且比邻而居、相依相伴、同时存在的莫比乌斯圈。

“经过以上的分析和整理，我们可以理解刚才推论的前半部分，即那些被扭转然后对接起来的带状物或棒状物会在不同的扭转角度时表现出不同的对接结果，会在材料厚度不同时表现出不同的边缘数。至于推论的后半部分，即那些被扭转然后再对接起来的带状物或棒状物会在不同的材料横切面形状时呈现出不同的莫比乌斯圈个数，这一部分内容，大家可以去参阅我最近出版的新书，那上面有比较详尽的论述，因为今天时间有限，我就不多做介绍了。”

李教授挺了挺身子，他用眼光扫了台下的听众一眼，接着说道：“今天讲座的时间拖得很长，内容也很多，也许有

的同学会觉得很枯燥。但由于莫比乌斯圈里确实还有许多我们人类至今仍不能认识和理解的形态与规律；莫比乌斯圈的体内也确实存有无法言喻的无穷魅力。如果我们人类能够破解深藏于莫比乌斯圈体内的奥秘，将会增添一种破解自然的方法与手段。

"当然，如果我们在座的哪一位同学对莫比乌斯圈有兴趣，我很希望他能对莫比乌斯圈进行更深入的了解与探究。因为，科学的未来永远属于你们爱好科学的年青一代！好，今天的讲座就到此结束，如果大家还有什么问题，等一会儿我们可以一起进行更加深入的讨论。"

李教授说结束词时，昭阳也在一边默默地收拾着道具。很多学生蜂拥到台上，围在李教授周围，意犹未尽地与他讨论着什么。

米兰坐在原处痴痴地望着最后那张图片，那些莫比乌斯圈简直就像她此刻纠结的思绪，她还在慢慢整理今天听到的东西。

看来，我们对莫比乌斯圈的了解真的是太少。也许，这扇神秘之门正渐渐被打开。

第四章

魔带与城市交通

这天早上，米兰是被大伯的一个电话吵醒的。

大伯是个知名工程师，一直把米兰当女儿看待。很久没见到这个侄女了，他让米兰中午去家里吃饭。米兰一口答应，于是不得不早起，赶到超市给大伯和大伯母买了一些水果，然后搭公车去了大伯家里。

在大伯家的小区门口，门卫打电话到大伯家里，可电话久久无人接听，所以门卫一直不肯放行。米兰只好来到大伯工作的地方找他。

大伯正在开会。

米兰只好坐在大伯的办公桌旁发呆。

无意间，米兰瞟到大伯桌上有一本薄薄的文案，上面似乎有个熟悉的名字。她拿起来一看，那是一本设计文案，上面写的设计者叫李定文，但是参与设计的人员里却赫然写着“昭阳”这个名字。

米兰想，该不会是李教授的助手昭阳吧？因为像昭阳这样的单名，又是一个很少见的姓氏，重名的机会应该不大；也许前面那个主设计人李定文就是李教授呢！她翻开文案浏览了一下，那些图片几乎看不懂，于是只好把文案放回原处，继续发呆。

不多久，大伯开完会回到办公室。米兰看见大伯来了，赶忙迎上去，一阵寒暄。大伯也开心得笑得合不拢嘴。米兰

让大伯坐在办公桌旁，然后自己拿着刚买的雪梨去洗手间，准备洗来给大伯吃。

等洗完梨子回到办公室，米兰发现大伯的办公室里又多了一个人。

她走近一看，惊异地叫了一声："李教授！"

前面的男人回过头，也惊奇道："米兰小姐。"

大伯见状，笑了起来，望着两人说："怎么，你们以前就认识啊？"

两人点点头。

大伯笑得更加开心："好啊。"他叫米兰站到自己旁边，对她说："定文可是个有为青年，这次他交到局里的设计图，是我和几个老设计师一起看的，那可真是了不起啊。真是后生可畏啊！"

他又转过头对李教授说："她是我的宝贝侄女，被小区的门卫拦在外面了，就到办公室来找我。原来你们俩认识啊，那好，那好。"

"哦，是这样啊。"李教授笑了笑，然后在公文包里掏了掏，拿出一沓图片，递到大伯手中，"邹老师，这是关于那个论文的补充图片。"

米兰心中窃喜：看来自己刚才的判断是正确的，文案上的李定文果然就是李教授。

"好，很好！你的设计大气磅礴、立意新颖、视野开阔、匠心独具，确实很出色，我们都是叹为观止啊。不错，不

错。”大伯边说边把图片夹到了李教授的设计方案的卷宗里。

“哪里哪里。”李教授腼腆地笑着，“不过这个设计确实花了我不少的心思。而且，研究莫比乌斯圈这么多年，我也一直希望能用我的研究成果做出一点东西来，向大家展示莫比乌斯圈的神奇之处。”

“莫比乌斯圈？”米兰默念了一句，她好奇地问，“难道这个设计会跟莫比乌斯圈有关系吗？”

“是的。”李教授看着米兰说，“关系还不小哪！”

“可是我刚才大概翻了一下，那些图片我都没看懂，我觉得那些图片也不像莫比乌斯圈啊。”

“那是当然的，如果能把交通道路建成莫比乌斯圈的样子，那岂不是高楼大厦都要玩倒立，汽车在公路上不都得跟过山车似的？”李教授笑着说。

“那和莫比乌斯圈又有什么关系呢？”米兰越发觉得好奇。

“哈哈……”大伯大笑起来，“定文啊，看来我侄女对你的设计很有兴趣，要不你就跟她好好介绍介绍，我也借这个机会对你的设计加深一下理解？”

“邹老师，看您说的。只要米兰小姐想听，我说说也没有关系。”李教授有点不好意思地说，“我这才是真正的班门弄斧啊！”

米兰期待地看着李教授。

李教授拿起桌上的文案，取出论文，又将论文翻开，他把头转向米兰，接着问道：“米兰小姐，你既然对城市交通感兴

趣，那你能不能判断一下城市交通拥堵的症结所在呢？”

米兰先是一愣，随即应声答道：“要我看啦，城市交通拥堵的症结所在是由于城市里的路太少，而车辆又太多造成的。”

米兰小姐的话音刚落，大伯和李教授都被逗笑了。

“定文，还是你来说吧！”大伯边笑边说。

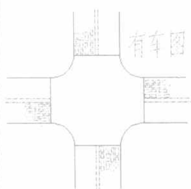
“好，那我就来说。我认为城市交通网络系统中的各个十字路口才是我们任何一座城市交通拥堵的症结所在。”接着李教授从卷宗里拿出两幅图片，他指着图片说：“任何一辆汽车来到一个十字路口，它都有三种可能的行驶方向：右转弯、直行、左转弯行驶。下面我们就来看看这些城市交通网络系统里各个十字路口上往来车辆的具体情况。

“首先，每个十字路口都将汇聚四个方向向该十字路口行驶过来的车辆（见十字路口有车图）。

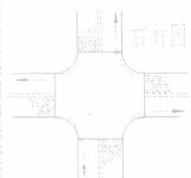
“其次，每个路口需要右转弯的车辆可以在任何时间不受限制地行驶（见十字路口右行图）。

“再次，每个路口需要直行的车辆必须按照红黄绿交通指示灯的指示进行双向对开的行驶。在这种情况下，与该直行车辆处在同一路段上的左转弯车辆，以及左边和右边两个路口上的直行车辆和左转弯车辆必须处于停止状态（见十字路口直行图）。

“还有，每个路口需要左转弯的车辆必须按照交通指示灯的指示行驶。在该种情况下，与该左转弯车辆处于同一路段上的直行车辆，以及左边和右边两个路口上的直行车辆和



十字路口有车图


十字路口右行图


十字路口直行图


十字路口左行图

左转弯车辆必须处于停止状态（见十字路口左行图）。"

李教授停顿了一下，看着米兰说："从我们看到的实际路况来分析，我们可以明白——在我们现行的城市交通网络系统里任何一个十字路口上，只有向右转弯的车辆可以不受任何限制顺利地通行。而直行或向左转弯的车辆都会影响与该车辆在同一路段上的车辆，以及与该车辆相垂直的左右两个路口上的车辆。也就是说，要想解决城市交通拥堵的问题，就必须在各个十字路口禁止那些交叉行驶和相向行驶的车辆通行，而只允许单方向行驶的车辆通行。"

"这会是一个什么样的城市交通网络系统呢？"米兰自言自语道，"在这个城市交通网络系统中好像红绿灯都失去作用了！"

"还是米兰小姐善解人意。确实如此，如果这个城市交通网络系统能成为现实，那当然是没有红黄绿交通警示灯，甚至连双向行驶隔离桩和行人过街斑马线都不需要了。"李教授回答了米兰的疑问。



哥尼斯堡七桥图

"我越来越想看看到底是什么样的城市交通网络系统了。"米兰笑笑。

"当然，我会说到的。"李教授也笑了笑，"但是，在这之前，我要先说说人们所熟知的哥尼斯堡七桥问题。迄今为止，世界上还没有任何人能在同一个平面内不走重复的路线，就可以一次性、顺利走完哥尼斯堡的这七座桥。

"其实这个不能在同一平面内不走重复的路线，就可以

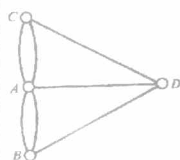
一次性、顺利地走完哥尼斯堡七桥这个图形的结论，早在数百年前就被俄国数学家欧拉用非常严谨的数学理论给清楚地证明了。

“但到了近代，却有人又提出了解决哥尼斯堡七桥问题的新方案：如果人们在第七座桥线路的顶点和出发点之间挖一条地下通道，不就可以不走一条重复的路线，而能一次性、顺序地走完这七座桥了吗！”

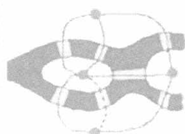
李教授望了一眼正在仔细看图的米兰，又补充了一句：“其实，哥尼斯堡七桥问题实际上就是数学一笔画的问题。就是将上图里的任何一条实线改换成虚线，即地下通道，就能一次性、顺利地走完所有这七座桥了。后来，人们研究了这种带地下通道的行走路线，发现这种路线竟是一条不折不扣的莫比乌斯圈式的行走路线。”

“但是，您刚才说的那种行走路线怎么能和莫比乌斯圈扯上关系呢?”米兰不解地问。

“是的，只要我们能在生活中发现哪怕一点一滴莫比乌斯圈的影子，就会使人兴奋不已，浮想联翩。我想这正是莫比乌斯圈的魅力所在。”李教授眼睛里透出兴奋的光芒，他紧接着说，“因为被简化的线路里有一个需要穿越的障碍，必须得用地下通道来跨越。而要把地下通道加入线路，就超出了同在一个平面范围内完成的界限。所以研究者们认为，这种不在同一平面范围内的线路实际上是一条不折不扣的莫比乌斯圈式路线。接下来，如果我们将刚才的那种带地下通



欧拉证明图


带地下通道(虚线)的七桥图


带地下通道的简化路线图


带天桥的简化路线图

道的简化路线翻转 180°，那这个简化路线就变成了天桥的模样。”

米兰一看，说：“这不是很像现在的立交桥吗？”

李教授一边点头一边说：“对，我们完全可以将这一段突起的线路理解为突起式的桥梁。或者说是我们现代立交桥的原始设想。甚至还可以想得更远。”

“您是想用莫比乌斯圈式线路来解决城市交通堵塞的问题吧？”米兰接过李教授的话茬问道。

李教授微笑着向米兰点点头，接着说道：“你说的没错，我就是想根据哥尼斯堡七桥问题中的莫比乌斯圈式线路的那种思想，设计一种莫比乌斯圈式城市交通网络系统。但是，在展示这个城市交通网络系统之前，必须要解决我们思想上存在的问题。

“因为，解决任何问题的关键并不是用什么方法，而是大胆地使用那些前人没有使用过的，不落俗套的新原理、新概念、新思想。

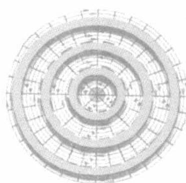
“我认为要解决城市交通堵塞的问题：

“首先，要改变沿袭了多年的市内行驶习惯——车辆行驶到十字路口无需等待，只需按指示牌行驶；而不是按照红绿灯的指示行驶。

“其次，要改变沿袭了多年的交通管理习惯——重新规划全城的道路行驶取向，实行全城道路全部单方向行驶；在全城的所有十字路口取消红黄绿交通指示灯以及对车辆施行的

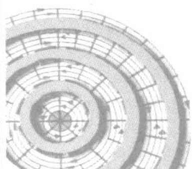
交通管制。

“再次，要改变沿袭了多年的市民出行习惯——人与机动车分离；多设人行过街天桥和人行过街地道，禁止市民跨越人车隔离栏杆横穿马路。”


城市交通网络系统图

李教授指着模型说：“这个模型就是我设计的新城市交通网络系统。在该新城市交通网络系统图中浅蓝色凸起的同心圆所表现的是连续的、可双向行驶的环形高架桥（见高架桥图）；在该图中的若干条红色直线所表现的是从城外驶向城市中心的单方向直线行驶线路（见直线和环状行驶线路图）；在该图中的若干条蓝色直线所表现的是从城市中心驶向城外的单方向直线行驶线路（见直线和环状行驶线路图）；在该图中的每座高架桥的内侧和外侧各有两个标有紫色箭头和标有绿色箭头的同心圆，它们分别表现的是逆时针方向和顺时针方向行驶的环状单方向行驶线路（见直线和环状行驶线路图）。”


高架桥图


直线和环状行驶线路图

说到这里，李教授停了停，他看了米兰一眼，接着说道：“其中只有环形高架桥是双向行驶的 4 车道交通主干道（高架桥的桥高均为 5m；高架桥的两边分别设有上下高架桥的引桥。这些引桥在地面处与放射状的出城和入城的直线单行交通干道相连接；引桥长约 50m；各对引桥之间相隔距离为 500 ~ 1000m）；而放射状的出城和入城的直线行驶线路是只能单方向行驶的 4 车道交通干道；环状行驶线路是只能单方向行驶的 2 或 3 车道交通支线。

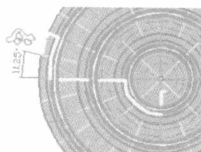
“其实，在任何一个莫比乌斯圈式线路中，都将包含在高架桥上行驶、驶下高架桥、穿高架桥而过、再回到高架桥这样一个过程。或者说这个过程就是刚才我们所说的莫比乌斯圈式线路的翻版与变形，是一个被制造成带天桥形式的莫比乌斯圈。行驶在这个系统中的车辆，是行驶在除高架桥以外全程单方向行驶的网络中，驾驶员只需按照路牌的指示行驶就行了。因为，在这个城市交通网络系统中施行全程单向行驶，各个十字路口没有红黄绿交通指示灯，你绝不会遇到从你对面开过来的车辆和横穿马路的车辆以及横穿马路的行人。”

李教授清了清嗓子，继续说：“这里需要特别声明一下：我国现行交通行驶规则是国际上通行的车辆靠右行驶规则；但也有许多国家的交通行驶规则却是施行的车辆靠左行驶规则。由于这两种行驶规则在本质上是互为镜像的对称规则，所以用哪种交通行驶规则都不会影响城市交通网络系统模型的实际功能。”

这时米兰听得有些晕乎，她抬起头来问李教授：“那么，李教授，您能不能在模型上给我们演示一下，如果有一辆汽车从您那个模型的左上角最外面处驶入这个模型，并一直行驶到模型右下角最中间那座高架桥里面的整个行驶过程？我总觉得有哪儿不对劲似的。”

“哦，那太容易了。”李教授用手指着模型说，“让一辆汽车沿着模型最外面左上角与水平线成 11.25° 夹角处驶入这个模型，并分别按照图中的黄色线路和白色线路行驶，最

终到达目的地。整个行驶过程见右图。



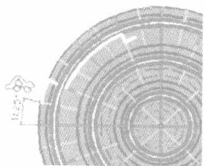
汽车沿黄色线路行驶图

“第一条线路，汽车沿着黄色线路驶入模型：

“它先沿顺时针方向行驶；行驶到与水平线成 22.5° 角的入城红色单行道时，右转弯驶入红色单行道，并一直行驶到第一座高架桥；右转弯上高架桥，并沿逆时针方向行驶到水平方位东西指向的入城红色单行道处；下高架桥左转弯驶入红色单行道；穿过高架桥，接着往东行驶，穿过第二座高架桥，再往东行驶到第三座高架桥；右转弯上高架桥，并沿逆时针方向行驶到竖直方位南北指向的入城红色单行道处；下高架桥左转弯驶入红色单行道；穿过高架桥，接着再继续往前行驶，就可以到达我们预先给它指定的地点了。

“第二条线路，汽车沿着白色线路驶入模型：

“它先沿顺时针方向行驶；行驶到与水平线成 22.5° 角的入城红色单行道时，右转弯驶入红色单行道，并一直行驶到第一座高架桥；接着穿过高架桥，左转弯上高架桥，并沿顺时针方向在高架桥上一直行驶到与水平线成 67.5° 角的入城红色单行道处；下高架桥右转弯驶入红色单行道；一直行驶到该红色单行道的终止位置，就可以到达指定地点了。”



汽车沿白色线路行驶图

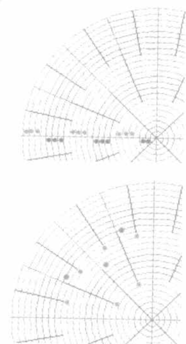
“好，李教授，问题出来了。”米兰指着模型说，“您看，您刚才所行驶的线路里要经过十多个十字路口，而所有这些十字路口将汇聚各个方向行驶来的车辆，您是怎样畅通无阻地行驶到目的地的呢？”

“问得好。”李教授笑着说，“其实，我早说过，解决城

市交通堵塞问题的关键就是要改变每个十字路口都有从四个方向行驶来的车辆的状况。”

“怎么改变?”

“要真正改变十字路口的行驶状况，就必须使行驶到各个十字路口的车辆都形成单方向行驶，绝对禁止出现交叉行驶的状况。”李教授翻过几页论文纸，指着一幅图片说，“在新城市交通网络系统中所有的十字路口，被分成四种类型：①是用黑色点所代表的；②是用紫色点所代表的；③是用蓝色点所代表的；④是用红色点所代表的。（见新城市交通网络系统十字路口示意图）



新城市交通网络系统十字路口示意图

“在黑色点十字路口行驶图中的主行驶方向是直行线（可以说这条行驶线路是红色从城外驶向城市中心的单方向直线行驶线路，或者是蓝色从城市中心驶向城外的单方向直线行驶线路）；左右两边是环行线路（这条行驶线路既可以是标有紫色箭头的顺时针方向行驶的环状单方向行驶线路，也可以是标有绿色箭头的逆时针方向行驶的环状单方向行驶线路）。在直行线上行驶的车辆到达十字路口时，要么继续直行，要么右转弯行驶，不允许左转弯行驶；在环线上行驶的车辆到达十字路口时，只能左转弯行驶，不允许右转弯或直行。



黑色点路口行驶图



紫色点路口行驶图

“在紫色点十字路口行驶图中的主行驶方向仍然是直行线（既可以说这条行驶线路是红色从城外驶向城市中心的单方向直线行驶线路，或者说是蓝色从城市中心驶向城外的单方向直线行驶线路）；左右两边是环行线路（这条行驶线路

既可以是标有紫色箭头的顺时针方向行驶的环状单方向行驶线路，也可以是标有绿色箭头的逆时针方向行驶的环状单方向行驶线路）。在直行线上行驶的车辆到达十字路口时，要么继续直行，要么左转弯行驶；在环线上行驶的车辆到达十字路口时，只能右转弯行驶。

“另外，还有两种特殊的十字路口，它们就是分别标有蓝色点和红色点的十字路口。其中标有蓝色点的十字路口的主行驶方向是标有紫色箭头的逆时针方向行驶的环状单方向行驶线路，右边是红色从城外驶向城市中心的单方向直线行驶线路，左边是绿色从城市中心驶向城外的单方向直线行驶线路，它们在紫色逆时针环状单方向行驶线路处交汇。每条道路上行驶的车辆都是单方向行驶的，没有逆向行驶的车辆。

“其中标有红色点的十字路口的主行驶方向是标有绿色箭头的顺时针方向行驶的环状单方向行驶线路，右边是红色从城外驶向城市中心的单方向直线行驶线路，左边是绿色从城市中心驶向城外的单方向直线行驶线路，它们在绿色顺时针环状单方向行驶线路处交汇。每条道路上行驶的车辆也都是单方向行驶的，没有逆向行驶的车辆。”

“李教授，我还是有点弄不明白。”米兰执拗地说，“就算您刚才说的十字路口的情况是对的，可是入城的红色路段和出城淡青色路段两边的各个环形路段上的车辆总要互相贯通，才能使各个环形路段上的车辆形成鱼贯行驶的车流啊！可现在却……”

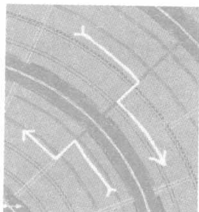


蓝色点路口行驶图

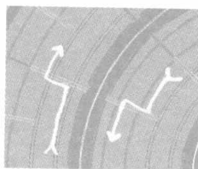


红色点路口行驶图

“你说得很有道理。其实，奥秘就在这里。”李教授扶了扶眼镜，说道，“你还记得我刚才说的改变车辆行驶到十字路口看红绿灯行驶的习惯，让司机按指示牌的指示行驶，无需等待吗？在这个新的城市交通网络系统中行驶的车辆，还必须遵守一个非常重要的规则：在环形支线上行驶的车辆——如果遇到红色从城外驶向城市中心的单方向直线行驶线路时，应该降格行驶；（即驶入红色直行道路后，必须不断变线行驶到马路对面，再拐进小一个圈的环形支线上行驶。）——如果遇到的是绿色从城市中心驶向城外的单方向直线行驶线路时，应该升格行驶。（即驶入蓝色直行道路后，必须不断变线行驶到马路对面，再拐进大一个圈的环形支线上行驶。）



降格行驶图



升格行驶图

“根据这个规则，在所有的直行线路中，既没有相向行驶的车辆，也没有对直横穿马路的车辆啦。那么，在这样的城市交通网络系统中行驶，当然也就不需要每到一个十字路口都停车等待、看灯行驶了。

“如果我们再把整个城区划分成若干个区域（8-12-16），然后给所有的车辆都配备上 GPS 全球卫星定位系统或 GIS 地理坐标定位系统（电子地图），让它们为驾驶车辆的司机指路，就可以从根本上解决城市交通堵塞的问题了。”

“真有点意思，我可从来没听说过。既没有迎面而来的车辆，也没有红黄绿交通警示灯，到了交叉路口还不用停车，这也太神奇了。”米兰惊异道。

“定文啊，你这个城市交通网络系统里，马路上可能真的连行人过街走的斑马线和双向行驶隔离桩都没有。但是你要知道，斑马线、隔离桩、红绿灯，可都是些充满人性化的交通设施呦！现在这些东西统统没有了，人们一定会产生另类的感觉。”大伯头也没抬，边看图边说道。

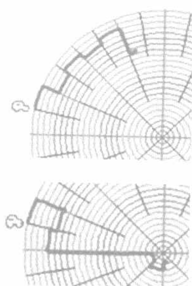
李教授点点头：“是的，邹老师，我的这个模型所展示的城市交通网络系统，从基本概念上与结构形式上都和我们现行的城市交通网络系统有着本质的不同。如果按照这个模型改造出来的城市交通网络系统，确实是没有那些一直陪伴着我们的斑马线、隔离桩、红绿灯等。”

“哦，我发现了一个真正的问题。”米兰忽然指着模型说道，“在这个系统中，还没有公共汽车呢。如果有，那它们是怎么行驶的呢？因为在这个系统中一辆车来去都走同一条线路是不可能的啊！”

“米兰小姐还真的挺厉害啊。”李教授说，“这是个非常重要的问题。公共汽车是肯定要有的，毕竟公共交通网络是一个城市存在的标志与象征嘛！但是，在我国运行了近 100 年的城市公共交通系统是肯定不能适应新城市交通网络系统了。因为，原有的公共交通系统是来车与去车行驶在同一条道路上，同一站点的来车与去车的车站也是隔街对面而设的。而行驶在新城市交通网络系统中的同一路公共汽车的来车与去车，并不是行驶在同一条行驶线路上；处于同一地点的两个车站虽然仍然以该站的地标性建筑为站名，但却会停

靠在同一地标性建筑的两个不同的方向上。其实，外国早就是这样停靠公共汽车了。另外，城市公共汽车的功能正在逐渐被城市地铁与城市轻轨所替代。”

“在您的城市交通网络系统里，好像有了经过改造的十字路口，那几座环形高架桥就已经成了多余的摆设了？”米兰锋芒所向。



没有高架桥的实际绕行路线图

“其实，在新城市交通网络系统里，环行高架桥和经过改造的新十字路口所起的作用是完全不同的，它们各司其职、谐调配合、相辅相成、缺一不可。”李教授合上文案，并将文案放回桌上，接着说，“新十字路口主要是起疏导交通，避免车辆在十字路口造成堵塞的作用。而环行高架桥主要是保证在新城市交通网络系统中，仍然有可以使车辆在市区里快速行驶和长距离转移的双向行驶车道；它可以大大减少车辆的绕行距离。下面以图例来说明这一点：同样是行驶到两个目的地（从 11.25° 夹角处驶入模型图），如果没有环行高架桥，车辆将在地面道路上绕行（见没有高架桥的实际绕行路线图），这将使新城市交通网络系统的经济性受到置疑。

“新城市交通网络系统里的环行高架桥可以被制造成能跨越每条单方向直行路口的最简单的立交桥（这种立交桥是最普通的单层立交桥，而不是像许多大中城市里的那种 2 层、3 层或 4 层的复杂立交桥。复杂立交桥占用的土地面积比普通立交桥大数倍，而且对立交桥周围的居住环境和商业环境影响非常大），而该环线的其余部分则仍然可以让车辆



行驶在该系统的地面上。这样做的好处在于：能解决城市交通拥堵的同时，为城市基本建设节约大量开支。”

李教授又看看大伯，说：“也许这个城市交通网络系统早就被搞城市交通设计的专业人才研究出来了，但由于这套系统比较缺乏人性化，所以才没有在任何一个城市里加以实施。但我的看法与他们不太一样，因为我认为：所谓汽车，实际上就是人开着机器在马路上到处跑。既然是这样，为了保证人的生命安全，我们还是应该将人和汽车完全隔离，使其各行其道、和谐相处，岂不更好，更人性化？”

大伯上前一步，看着李教授问道：“除了上述这些，还有别的什么好处吗？”

“当然有，使用这套交通系统的城市，将在以下几个方面产生显著的经济效益：

① 以人为本——杜绝汽车撞人交通事故的发生；

② 安全为重——杜绝汽车与汽车迎面相撞交通事故的发生；

③ 节省能源——减少汽车在行驶过程中的刹车、停车等候的次数；

④ 节省土地——若将城市里的双向车道改成单行道，将为该城市新增建筑、绿化或停车用地，约为该市交通用地的20%以上；

⑤ 提高效益——变城市交通堵塞为城市交通秩序井然、快捷顺畅、和谐繁荣，这将有利于提升该城市的国际形象。”

“好，很好。”大伯拍拍李教授的肩膀，又看着米兰说，



“怎么样？小兰，我说了定文是个有为青年吧。你们现在最重要的，就是要有想法，有了想法就有了奋斗的目标，有奋斗目标才会努力把想法变成现实，未来的世界将被你们这一代人改变。”

大伯瞥了一眼墙上的钟，十一点半。

他走到办公桌旁，边收拾桌子边说：“时间也不早了，定文啊，一起到我家吃个便饭，咱们再聊聊，我就爱和你们这些敢想敢为的年轻人聊天。”

李教授有点不好意思：“这太麻烦了，邹老师，我还是……”

“去吧去吧。”米兰劝道，“我大伯母做的菜绝对达到了特级厨师的水平。”

说来说去，李教授也只得恭敬不如从命了。

米兰没想到在大伯这里也能看到莫比乌斯圈，而且意外收获还相当丰富。



第五章

不可能中的可能

米兰本来准备好好睡个午觉，下午跟昭阳一起去歌厅K歌的。今天是难得的周末嘛！

这时候，家里的电话突然响了起来。米兰迷迷糊糊地接起电话，吓得她差点从床上掉下来。

“在哪里……好的……好的……我马上来……”

挂断电话，米兰有点发懵地呆坐着，看着窗外，艳阳高照，有鸟在尖叫。窗台上的茉莉花轻轻摇曳。楼上浇花落下的水淋到雨棚上“咚咚咚”地响，像是一道球形闪电，击碎了原本安详的一切。

对了，没有时间傻坐着了。米兰立刻翻身起来，换好衣服，提着包就出门了。

赶到中心医院门口，好朋友小徐正在焦急地等她。

“米兰，快来，快来……”小徐向她招手。

米兰马上跑了过去：“在哪里?”

“412。”小徐指着楼道。

“哦！”米兰飞快地跑了进去。

到了病房门口，米兰看见小熙躺在床上，头上绑着绷带。吊瓶里的透明药水一滴一滴通过静脉输液流入小熙的身体。她静静地走到小熙床边，不敢惊动她。她找了一把凳子坐下，眼泪在眼眶中打转。

“小姐，麻烦让一让，我们要给病人打针了。”一个护士

拍拍米兰的肩膀。

护士轻轻揭开小熙的被子，米兰看见小熙的脚上也绑着厚厚的绷带，好像还打了石膏。

小熙醒了过来，看到米兰。

护士打完针便离开了，米兰又坐到了小熙旁边。

“米兰……”小熙呻吟着。

“怎么弄成这样……”米兰的眼泪终于掉了下来。

“是车祸。”这时候，小徐也从门口进来了。

小熙勉强挤出一个微笑，对米兰说：“馆里想请一个数学教授来做个为期一周的学术报告，派我去找他，没想到我开车在半路上就出了车祸。不过刚刚动完手术，医生说不是什么大不了的伤，住院一个月的样子就能康复，所以你不用担心。”

米兰也不知道说什么好。小熙是她最好的朋友，现在发生这样的事情，她心里早都弄得七零八乱的了。她只能痴痴地望着小熙。

这时候，米兰的手机忽然响了起来。她不好意思地走出去接电话。

“米兰，在哪儿呢?”电话那头传来昭阳的声音。

“对不起，我来不了了。”米兰的声音还在哽咽。

“怎么了，你怎么哭了?”昭阳的音调降了下来。

“我朋友出了车祸，现在中心医院。”

“在中心医院的哪个病房？我过来。”昭阳问。

“412。”

“好的。”说完昭阳就挂了电话。

米兰回到病房，边帮小熙削苹果，边跟她聊天。没多久，昭阳就满头大汗地赶了过来。

“米兰。”昭阳轻声在门口叫着米兰。

米兰回过头，做了一个进来的手势。

昭阳看着病床上的人，惊讶地说：“陈熙小姐？”

“昭阳先生？”小熙也倍感意外。

小熙看着米兰：“米兰，怎么？你认识昭阳先生？”

“嗯，怎么了？”米兰被这一幕吓倒了。

“我们，我们这次学术报告邀请的就是李定文教授。因为李教授上次在大学的讲座引起了很大反响，而且他所研究的内容又是前沿科学，所以我们馆里才决定让我去邀请李教授。你却认识他的助手，这太好了。”小熙眼里放着光。

“你都这样了，还想着工作。”米兰替小熙担心。

“没关系，我没事。米兰，你帮我，帮我好吗？”小熙甚至有点兴奋。

“我当然会帮你，我能帮你做什么呢？”米兰希望小熙可以好好休息。

“你和昭阳先生一起去帮我请李教授好不好？”小熙一边说，一边试图去拿床头柜上的包，小徐见状快一步拿到了包。

“你要拿什么，我帮你。”小徐问。

“一个信封，谢谢。”小熙说。

小徐把信封递给小熙，小熙又将信封塞到了米兰手中：“这是邀请函，帮我去请李定文教授好不好？”

“你们馆里会再派人去的，你又何必……”米兰说。

“现在馆里还不知道我出了车祸，而且时间很紧。你知道的，我不想把工作交给别人。所以，拜托！”小熙近乎恳求地说。

“你还是这样，真是工作狂。”尽管不希望小熙这样，米兰还是收下了信封。

“哇噻，陈熙小姐，我要是你们科技馆的领导，一定给你升职加薪，外加评个劳模！”昭阳说道。

“谢谢啦。”小熙笑着对米兰和昭阳说，“你们快去吧，麻烦你们了。”



艺术 PARTY 刊头画图

米兰无奈地拿着信封走出了医院。

“她还真是个工作狂。”出来以后昭阳感叹了一句。

“她每次都这样，上个月都烧到39.8℃了还趴在桌子上写报告，真的一点都不会照顾自己。”米兰的语气似乎有点埋怨。

天色阴沉了下来，昭阳带着米兰来到了李教授办公的地方。

在门口，米兰看到了一张奇怪的图片（见左图）。

她想着小熙的事，也没太在意。

昭阳敲敲门，听到里面的一声“请进”后就推门走

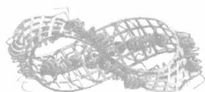
了进去。

李教授还在写着什么，抬头看见米兰，连忙站了起来："米兰小姐，欢迎欢迎。"

他又看着昭阳问道："怎么把米兰小姐带过来了？"

米兰将信封递给李教授。

李教授拿着信封走到窗边，打开信封，仔细地看着。米兰在李教授看信的空隙，环顾着李教授的办公室。她发现在这个简单的房间里贴了很多张奇怪的图片，米兰以前从未见过。



《红蚁》图

"这些是……"米兰看着昭阳。

"很神奇吧。"昭阳笑着对米兰说道，"这些都是不可能的画。"

"不可能的画？"米兰以前从未听过这个名词。

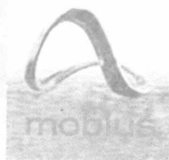
"嗯，不可能的画。"昭阳点点头，"不可能的画的开创者是荷兰著名的当代艺术家毛里茨·科内利斯·埃舍尔先生。"

他指指米兰左手边的一幅画说："这幅图是埃舍尔先生在20世纪初创作的《红蚁》。它是一张版画，这张版画是刻画莫比乌斯圈最有名、最生动、最吸引人的代表作。当然，下面的一张是用电脑动画制作的模仿埃舍尔先生的版画作品。就艺术而言，埃舍尔先生的版画作品《红蚁》的艺术魅力是其余的任何艺术形式所无法替代的。"

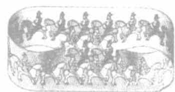
电脑《红蚁》图

"这里的画都是埃舍尔先生画的吗？"米兰问道。

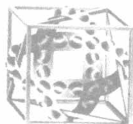
说着，李教授看完了邀请函，起身对米兰说："能得到



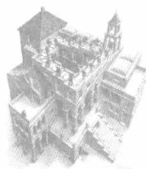
莫比乌斯圈作品图


《骑马的人》图


《莫比乌斯带》图


《莫比乌斯圈与框架》图


《电脑莫比乌斯圈》图


《上与下》图

中国科学技术馆的邀请是我最大的荣幸！回去告诉你们馆长，我会好好准备的。"

米兰点点头："好的。"

李教授又看看米兰："怎么，米兰小姐对这些不可能的画感兴趣吗？"

"可不是嘛，看了好久了。"昭阳插话道。

"好啊，这也是莫比乌斯圈魅力的一部分。"

"莫比乌斯圈的一部分？"米兰不知道是自己听错了还是怎样。的确有几幅画上画了莫比乌斯圈，但要说都是莫比乌斯圈的一部分，她还是无法接受。

"米兰小姐不信？"李教授问。

米兰没有做出反应。

李教授接着说道："不可能的画是一个艺术流派，它反映的是一种立体空间构图的思想和理念。不可能的画并不是埃舍尔先生最先开创的。同时，不可能的画也不是埃舍尔先生所独有的。不可能的画是全世界的共同财富，是众多世界级艺术大师的呕心沥血之作。比如这幅图片就不是埃舍尔先生的作品。"李教授指着另一张图片。

李教授站直身子，走了两步，说："但是，谁都必须承认埃舍尔先生是众多不可能的画里画得最好的，也是作品最多的，还是最引人注目的，并且是最能使人们在灵魂深处引起震撼与遐想的一代宗师。久而久之，人们出于对埃舍尔先生的尊敬与仰慕，就在不可能的画与埃舍尔先生之间加了一

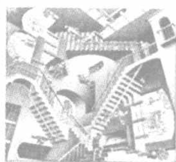
个等号。不可能的画共分为三种类型：第一类是以莫比乌斯圈为创作源泉的作品。这类作品的布局谋篇都是围绕着莫比乌斯圈进行和展开的。有的是在莫比乌斯圈之上或者周围增加一些有趣的附着物，使观赏者在观赏绘画的同时，对莫比乌斯圈增加感性上的好奇与理性上的认同。这类画的代表作有这几张：见《骑马的人》、《莫比乌斯带》、《莫比乌斯圈与框架》、《电脑莫比乌斯圈》。"

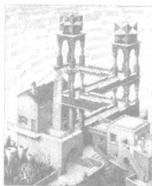
米兰循着李教授的指点一一看过去。

等米兰看完，李教授又接着说："第二类不可能的画是以视觉误差为创作源泉的作品。它的设计思想是以人的视觉误差使人产生时空交错的感觉为前提。作为观赏者，有时候明明知道画中画出的场景是错的、是存在问题的，但绝大多数观赏者仍然愿意用真实的情感去面对、去观赏、去揣摩，并搜肠刮肚来与作者产生情感上的联系。这类不可能的画的代表作品有《上与下》、《颠倒的世界》、《瀑布》、《观景台》等。"

李教授一边指引着米兰看画，一边还在做着详细的讲解，时而还加上点幽默。米兰时而驻足观看，时而指着画作问个不停，时而又啧啧称奇。在观赏的同时，又顺带接受着更深层次的艺术熏陶。

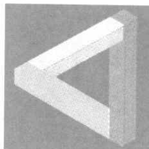
这时，李教授指着另外几幅图片补充说："当然，还有这几幅绘画作品也具有非凡的艺术感染力，它们都是出自于现代青年画家之手，它们是《胜利之门》、《凯旋拱门》、


《颠倒的世界》图

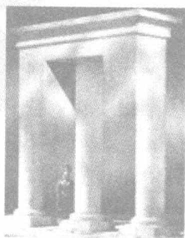

《瀑布》图

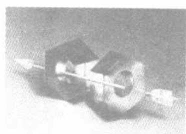

《观景台》图

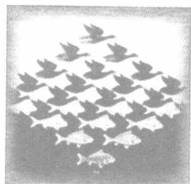

《胜利之门》图


《三脚架》图




《凯旋拱门》图


《丘比特之剑》图


《飞鱼》图


《相遇》图


《互绘的手》图

《三脚架》、《丘比特之剑》。"

米兰又仔细看了看，果然是很有意思的。她算是领教了什么叫做眼花缭乱。

见米兰意趣正浓，李教授又指着另外几幅绘画作品说道："第三类不可能的画是以中心渐变为创作源泉的作品。例如《飞鱼》、《相遇》等图。"

李教授指着《飞鱼》图片说："这幅作品在整个渐变过程中不光是画面的明暗程度在变，画面上的人物与动物的形状、种类、运动方向也在变。画中的鱼由黑变到白，鱼与鱼之间的间隙也渐渐变成飞向东方的大雁，又可以渐渐变成飞向西方的和平鸽。"

李教授又指着《相遇》图片说："这幅作品中的人与鬼在交替，善与恶在交替，黑夜与白天在交替，光明与黑暗在交替。"

"而《互绘的手》和《昼和夜》等作品让观赏者产生了一种同时置身于截然相反的两个世界之中的感觉。

"而像《首尾相顾》和《空间首尾相顾》这类不可能的画作又将把我们引入一个循环、离奇、轮回、宿命和神秘的境界之中。

"其实，莫比乌斯圈以及与莫比乌斯圈稍有牵连的艺术作品已经成了一种文化现象。莫比乌斯圈大量出现在诸如集会标志、室内装饰、纪念邮票、装饰礼品之中。

"莫比乌斯圈甚至还出现在影视作品和书刊杂志之中。



科幻小说常常想象宇宙就是一个超大的莫比乌斯圈。

“英国小说《黑暗之墙》里就出现了莫比乌斯圈，并大致介绍了莫比乌斯圈所具有的超强魔力。

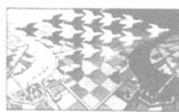
“美国小说《莫比乌斯的地铁站》里说一位工程师为波士顿地铁站设计了一条全新的行驶线路，整条线路都按照莫比乌斯圈的方式扭曲，驶入这条线路的人和火车都渐渐地消失在了未知世界里。

“中国在 2005 年也推出了大型动漫《穿越莫比乌斯环》，这部电影以制作成本超过亿元，制作周期历时五年，制作画面精细入微而在国际上获得好评。”

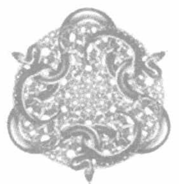
米兰一边听李教授的介绍，一边欣赏着李教授办公室墙上各种各样不可能的画和那些关于莫比乌斯圈的影视作品的剧照。这里的场景和视觉效果比上次看莫比乌斯圈的展览还要壮观和匪夷所思。

李教授接着说道：“莫比乌斯圈就有这么一种神奇的魅力！它可以吸引无数的科学家、哲学家、艺术家以及其他许多高智商的博学之士，在这个看似平凡，但却神秘无比的魔带面前尽情地挥洒他们的智慧，尽情地宣泄他们的情感，尽情地释放他们的想像力。

“莫比乌斯圈已经成为我们这个世界上一种不可或缺的艺术观赏品和艺术表现形式。怪不得科学大师会说莫比乌斯圈既是科学的艺术表现形式，同时也是艺术形式的科学体现。”



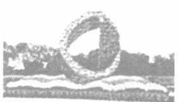
《昼和夜》图



《首尾相顾》图



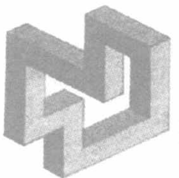
《空间首尾相顾》图



集会标志图



室内装饰图



纪念邮票图



米兰有些陶醉于此刻眼前的艺术享受了。但是她心里还是记挂着小熙，就匆匆辞别了李教授，赶回医院，告诉小熙邀请函已经送到，李教授也接受了邀请。


装饰礼品图

小徐照顾了小熙一天，所以先回家休息了，明天才会过来。米兰晚上会留在医院陪小熙。到了吃晚饭的时间，米兰到医院外面买了些饭菜带进来。走到门口时，小熙正在跟馆长打电话，报告今天的工作成果。

米兰进去，坐在小熙床边，把饭盒打开。小熙很快打完电话，坐起来享受米兰带来的晚餐。

"馆长说莫比乌斯圈学术报告会的会期已经定在下个月第一周的星期一了，会议的准备时间非常紧张呢。"小熙自言自语地呢喃道。


中国科技馆三叶结式莫比乌斯圈图

"你呀，就知道工作，怎么也不多关心一下自己！"米兰打开水壶喝了口水。

小熙做了个鬼脸，然后笑着说："这是个国际性的学术报告会，很重要，到时候很多外国专家都会来的，所以一定要把准备工作做好！"

"行啦，你就别操心了。明天你姐就会从河北赶过来照顾你啦，你这个样子她怎么放心？还是好好休息，不要管这么多乱七八糟的事啦！"米兰盖上水壶。

"我的伤没什么啊……"小熙不服气地说。

不过，开学术会这么大的事，一定会很有意思吧。米兰想着，心里痒痒的。她其实也好想去听那个学术报告哦。

第二天清晨，小熙的姐姐就赶来了。米兰也得以暂时离开医院。

辛苦了一天，她没有急着回家休息，而是去了安贞桥附近的中国科学技术馆。

步入技术馆的大厅，矗立在技术馆大厅里的巨型三叶结式莫比乌斯圈立即映入眼帘。



莫比乌斯圈的专题学术报告，让人期待

米兰全身所有的神经都被当下所见为之一震！米兰非常虔诚地围着这个巨大无比的三叶结走了一圈。正转着，她看到前面竖着一块牌子，上面写着注释：这个巨型三叶结式莫比乌斯圈，长10m，宽10m，高12m；它的横切面是一个等边三角形；但这个巨型三叶结式莫比乌斯圈的三个面却是相互联通的，它们之间首尾相连，这三个面上排布着几百支日光灯管，它们按照程序被顺序点亮，再按照程序被顺序关闭。

米兰心想：这可是自己迄今为止看过的最为壮观的莫比乌斯圈了。不过这也正应了李教授的那句话“不管在中国还是在外国，人们都喜欢拿莫比乌斯圈来烘托气氛，营造氛围，并以此来彰显国力。”世间的事情也真奇怪，无论是什么事情，只要这事能跟莫比乌斯圈沾上边，就足以使这件事情本身大放异彩，足以使人们对这个事件刮目相看。

第六章

莫比乌斯圈里的世界

米兰特意去买了小熙最爱吃的柿子，准备搭早班车去医院。虽然很不情愿转车，但她还是挤上了拥挤不堪的公共汽车。

车开到火车站，米兰下车看见换车的地方围了很多人。她也被推搡着到了人群之中。人们关注的焦点是一个金发碧眼的外国人，米兰虽然曾经多次出国，但一时还是看不出那是哪个国家的人。

金发碧眼的外国人看上去有些焦虑，周围似乎没有人能明白他的意思。有个小姑娘试图用生涩的英语跟他对话，可看得出来他也不是很擅长英语。

米兰听出来那人说的似乎是德语，便小声用德语礼貌地问了一声发生了什么事情。金发碧眼的外国人听到熟悉的母语立刻像捡到了救命稻草，欣喜地走到米兰面前。原来他迷了路。

米兰拦了一辆的士，并告诉的士司机这个外国人要去的地址后，跟金发碧眼的外国人道了别，旋即又上了去医院的公交车。

阳光透过车窗映在米兰脸上，林荫道旁大树枝叶的影子像梳子一样在她身上轻轻地抚摸着，让她很快舒缓开心情。那名德国人叫豪曼，大概是个游客。他说要去中国科学技术馆。米兰心想，他该不会是去找李教授吧！李教授的学术报

告会就在这几天举办，那将会是一场怎样的饕餮盛典呢？米兰想象不到。

小熙的伤在这几天里稍微有些好转，这使她更加有底气要求复工了。米兰的劝告完全成了耳边风。

米兰无奈地离开医院，顺道去了趟大伯家。

大伯母在厨房做饭，大伯则在客厅看新闻。米兰和大伯聊着工作和生活上的琐事，气氛温馨而和谐。

正在这时，一个突如其来的电话弄得大伯有些手足无措，他慌忙拿着外套出门了，甚至顾不上吃一口大伯母刚做好的饭菜。

第二天，天气依旧晴朗，米兰的手机很早就响了起来，大伯在电话那头叫她赶紧到他的办公室去。米兰赶到的时候，大伯正一边匆匆忙忙地收拾桌上凌乱的文件，一边客气地笑着跟他办公桌对面的金发碧眼的男子说着些什么。

“豪曼先生？”米兰一眼就认出了正在跟大伯交谈的那名男子。

“哦，米兰小姐，您就是邹先生的侄女？真是太巧了！”豪曼惊异万分。

大伯愣了愣，又笑着对米兰说道：“原来豪曼说的在火车站给他指路的中国姑娘就是你啊，呵呵。”

大伯整理完文件，提起公文包走到米兰面前：“小兰啊，我等下还有一个会，你帮我送豪曼去定文那里。”说完，大伯与豪曼匆匆握手告别。

米兰冲豪曼笑笑，便领着豪曼走出了办公室。

快到李教授办公室的门口时，两人遇到了昭阳。昭阳冲米兰和豪曼点点头，然后用蹩脚的英语对豪曼说："豪曼先生，老师在办公室等您呢。"

豪曼用一脸不解的表情望着米兰，米兰来不及惊讶，忙把昭阳的话原样翻译给豪曼听。豪曼听后点点头，转而又笑了起来，三人一同走了进去。

米兰拉了昭阳一下，轻声问："这个德国佬是李教授的朋友?"

"嘿嘿，算是吧，昨天是你大伯带过来的，两人聊莫比乌斯圈和不可思议的画聊得不亦乐乎。不过，你大伯那蹩脚翻译，让他们还不那么尽兴。没想到这人还真执着，今天又来了。"

米兰想着大伯昨天接的电话，明白是怎么回事了。在大伯那个单位，也就只有去德国留学半年的大伯还懂点德语，接待这位外宾，大伯肯定忙坏了。

豪曼和米兰坐在办公室西侧的靠背椅上，昭阳端来了两杯刚沏的茶。

"米兰小姐，可不可以麻烦您为我们当翻译?"豪曼用德语轻声问米兰。

米兰点点头："好的。"

昭阳仔细看了米兰一眼，暗忖：真没想到她还有这一手。

于是，豪曼和李教授的对话就在米兰一句句的转述中开始了。

李教授和豪曼先是互相陈述了一下各自对莫比乌斯圈的基本观点。聊得渐欢，李教授提到了关于多层莫比乌斯圈的问题。

"……不，不，李教授，我可不能同意你的观点。你所提出的多层莫比乌斯圈和我们所认识的莫比乌斯圈相去甚远，你又怎样证明两者就是一体呢？"豪曼摇摇头，显然对李教授的观点不认同。



多层莫比乌斯圈图

李教授和豪曼走到办公桌的电脑前，李教授调出那张有截面形状的多层莫比乌斯圈的图片。

李教授兴奋地对米兰说："请你告诉豪曼先生，我们原来所认同的莫比乌斯圈是宽宽的、单色的，其边缘是极薄的一条线，而现在这个莫比乌斯圈依然是宽宽的，但它的边缘已经不再是极薄的一条线，而是一个由多种颜色组成的、且具有一定宽度的一个面。……"

豪曼一会儿仔细地倾听米兰的翻译，一会儿仔细观看电脑屏幕，一会儿手托下巴在着力地思考着什么。

……

李教授又更换了一张图片，见右边的组合图。



从平面带到三角形带再到四方形带图

他指着图片对着米兰和豪曼说道："对于这三张图片上所显示的先扭转、后对接的实验结果如下：

"首先，对平面带而言：当扭转角为0°和360°时，平

面带有两个面；当扭转角为 180° 时，平面带只有一个面。当材料厚度 δ→0 时，材料横切面形状为一条线，此时平面带只有一个边缘和一个莫比乌斯圈；当材料厚度 δ>0 时，则材料横切面形状为一个矩形，此时的平面带有一条边缘线和两个莫比乌斯圈：其中一个是明显的，另一个是隐含的。

“其次，对三角形带而言：当扭转角为 0° 和 360° 时，三角形带有三条边缘线，没有隐含莫比乌斯圈；当扭转角为 120° 和 240° 时，三角形带只有一个面、一条边缘线和两个明显但扭曲程度不同的莫比乌斯圈。

“再次，对正方形带而言，当扭转角为 0° 和 360° 时，正方形带有四个面，四条边缘线，没有莫比乌斯圈；当扭转角为 90° 和 270° 时，正方形带只有一个面，一条边缘线和两个明显但扭曲程度不同的莫比乌斯圈；而当扭转角为 180° 时，正方形带却有两个面，两条边缘线和两个明显且相依相伴、同时存在的莫比乌斯圈。”

李教授抬起头来，示意米兰向豪曼翻译一下。等米兰翻译完，李教授接着说道：“下面我将用六根横切面形状分别是内四方形、正五边形、正六边形、正十边形、正十一边形、正十二边形的橡胶棒，以及一张图表来做进一步说明。见下表 I 至表 VI。”这时只见李教授打开抽屉，从抽屉里取出几根橡胶棒摊在书桌上，他指指那堆橡胶棒，对豪曼先生说：“如果你不相信的话，你可以自己动手试试。”

豪曼一边对橡胶棒进行扭转和对接的验证，李教授一边

表 I　(N=0, 1, 2, 3, …)（正内四边形）

$\theta=n\pi/2$		0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π	$5\pi/2$	3π	$7\pi/2$	4π
	面　数:	4	1	2	1	4	1	2	1	4
	累比增长:	4×1	1×4	2×2	1×4	4×1	1×4	2×2	1×4	4×1

表 II　(N=0, 1, 2, 3, …)（正五边形）

$\theta=2n\pi/5$		0	$2\pi/5$	$4\pi/5$	$6\pi/5$	$8\pi/5$	2π	$12\pi/5$	$14\pi/5$
	面　数:	5	1	1	1	1	5	1	1
	累比增长:	5×1	1×5	1×5	1×5	1×5	5×1	1×5	1×5

表 III　(N=0, 1, 2, 3, …)（正六边形）

$\theta=n\pi/3$		0	$\pi/3$	$2\pi/3$	π	$4\pi/3$	$5\pi/3$	2π
	面　数:	6	1	2	3	2	1	6
	累比增长:	6×1	1×6	2×3	3×2	2×3	1×6	6×1

表Ⅳ　（N=0，1，2，3，…）（正十边形）

$\theta=n\pi/5$		0	$\pi/5$	$2\pi/5$	$3\pi/5$	$4\pi/5$	π	$6\pi/5$	$7\pi/5$	$8\pi/5$	$9\pi/5$	2π
	面　数：	10	1	2	1	1	5	1	1	2	1	10
	累比增长：	10×1	1×10	2×5	1×10	1×10	5×2	1×10	1×10	2×5	1×10	10×1

表Ⅴ　（N=0，1，2，3，…）（正十一边形）

$\theta=2n\pi/11$		0	$2\pi/11$	$4\pi/11$	$6\pi/11$	$8\pi/11$	$10\pi/11$	$12\pi/11$	$14\pi/11$	$16\pi/11$	$18\pi/11$	$20\pi/11$	2π
	面　数：	11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11
	累比增长：	11×1	1×11	1×11	1×11	1×11	1×11	1×11	1×11	1×11	1×11	1×11	11×1

表Ⅵ　（N=0，1，2，3，…）（正十二边形）

$\theta=n\pi/6$		0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	π	$7\pi/6$	$4\pi/3$	$3\pi/2$	$5\pi/3$	$11\pi/6$	2π
	面　数：	12	1	2	3	4	1	6	1	4	3	2	1	12
	累比增长：	12×1	1×1	2×6	3×4	4×3	1×2	6×2	1×2	4×5	5×4	2×6	1×2	12×1

指着上述的图表说："这些图表将向我们透露出如下各种信息：

"第一，带状物体和棒状物体扭转时的扭转角度不同，其对接起来所形成的立体环状物的扭曲程度和各表面之间的配置也各不相同。为了简单起见，我们权且将这类立体环状物统统命名为莫比乌斯环，请你也渐渐习惯莫比乌斯环这种叫法，因为它仅仅是为了使我们的思维保持连续性的一种叫法而已。

"第二，任意一个莫比乌斯环的扭转角 $\theta=2n\pi$ 时，它不显示莫比乌斯圈的有关特性。处在该角度下的莫比乌斯环仅表现出扭转量上的变化，而本质上没有任何变化。它仅相当于某函数波形处在其周期波形的起点和半周期点的位置。

"第三，对任何一款莫比乌斯环而言，它的横切面可以是各式各样的，但各种横切面形状原则上应该具备沿其扭转中心旋转对称的基本关系。

"第四，从图表中我们发现，各面累积总长栏目内的数据，不管你对这根带状物或棒状物体怎么进行扭转，这个莫比乌斯环上的各个表面的组合长度的累积总和永远保持着一个恒定值。

"第五，圆环也是莫比乌斯环。因为圆环实际上就是带状物体或棒状物体被扭转的扭转角度 $\theta=0°$ 时的状态。所以，从根本上说圆环也是莫比乌斯环。

"第六，从图表中我们发现：当表 I 中的扭转角

$\theta=\pi/2$、$3\pi/2$、$5\pi/2$、$7\pi/2$ 时，表Ⅱ中的扭转角 $\theta=2\pi/5$、$4\pi/5$、$6\pi/5$、$8\pi/5$、$10\pi/5$、$12\pi/5$、$14\pi/5$、$16\pi/5$、$18\pi/5$、$22\pi/5$ 时，当表Ⅲ中的扭转角 $\theta=\pi/3$、$5\pi/3$、$7\pi/3$、$11\pi/3$ 时，当表Ⅳ中的扭转角 $\theta=\pi/5$、$3\pi/5$、$4\pi/5$、$6\pi/5$、$7\pi/5$、$9\pi/5$、$11\pi/5$ 时，当表Ⅴ中的扭转角 $\theta=2\pi/11$、$4\pi/11$、$6\pi/11$、$8\pi/11$、$10\pi/11$、$12\pi/11$、$14\pi/11$、$16\pi/11$、$18\pi/11$、$20\pi/11$ 时，当表Ⅵ中的扭转角 $\theta=\pi/6$、$5\pi/6$、$7\pi/6$、$11\pi/6$ 时，表中的这六种横切面几何形状差异很大的立体环状物，竟然全部都形成了各面之间彼此相互联通的状态。为此，我认为将这种经扭转对接形成的立体环状物称之为莫比乌斯环是恰当的、适宜的。

“第七，从图表中我们还发现：当扭转角 θ 的取值在 0°～360° 之间不断发生变化时，这些横切面形状各异的莫比乌斯环上所拥有的面数也在不断地发生变化。表Ⅰ变化了四次，表Ⅱ变化了两次，表Ⅲ变化了六次，表Ⅳ变化了八次，表Ⅴ变化了两次，表Ⅵ变化了十二次。这些变化实际上就是横切面形状各异的莫比乌斯环上各个表面之间的组合配置在不断变化所产生的结果，同时也是莫比乌斯环上的隐含莫比乌斯圈不断显现的过程。我们也可以从另一个方面来解释这个问题：莫比乌斯环里的隐含莫比乌斯圈的数量与这个莫比乌斯环的边缘的数量变化有关系。我们以表Ⅵ为例：当这个莫比乌斯环的扭转角为 0 时，这个莫比乌斯环上有 12

条边缘线和12个互不相干的面；当这个莫比乌斯环的扭转角为π/6时，这个莫比乌斯环上只有1条边缘线和一个面，只有一个莫比乌斯圈；依次类推，当这个莫比乌斯环的扭转角为2π时，这个莫比乌斯环上有12条边缘线，12个互不相干的面。上述这些因扭转而出现的各种现象，似乎在向我们昭示着什么，我们应该继续寻找有关莫比乌斯环的内在变化规律，以及对莫比乌斯环的这些内在变化规律进行分析与思考。"

实验持续了好长一段时间，豪曼露出了惊异的表情。李教授继续说："在这里，我想给隐含莫比乌斯圈也重新定义一个名字——仔莫比乌斯圈。基于对仔莫比乌斯圈的认识与理解，我得出以下结论：

"第一，仔莫比乌斯圈是莫比乌斯环本身所固有的。属于一种客观存在，而不是由于什么外部原因使仔莫比乌斯圈随机产生的。例如刚才表Ⅵ中的正十二边形的莫比乌斯环，它本身就具有4种仔莫比乌斯圈，只有当它的扭转角达到一个特定的角度时，才会显示出某一种仔莫比乌斯圈来。这一点很重要，请牢记。

"第二，一个横切面是正多边形的莫比乌斯环，如果只能形成两种状态：一种状态是各面之间彼此不联通的状态；另一种状态是各面之间彼此相互联通的莫比乌斯圈状态，那么这个正多边形的边数一定是一个质数。

"第三，如果一个横切面是正多边形的莫比乌斯环，它

既能形成各面之间彼此相互不联通的普通状态，又能形成各面之间彼此相互联通的莫比乌斯状态，还能在某个特定的扭转角度下使这个莫比乌斯环上的各个表面之间产生不同的组合配置，从而产生若干组完全不同的仔莫比乌斯圈的状态，那么这个正多边形的边数一定是一个合数。”

说到这儿，李教授停了下来，推了推鼻梁上的眼镜，看了一眼陷入深深沉思的豪曼，接着说道：“关于这种横切面为正多边形，且正多边形的边数是一个合数的莫比乌斯环，会有几种不同的仔莫比乌斯圈的说法。我将用这样的例子来加以证明：例如一个横切面分别是正九边形、正十五边形、正二十一边形的莫比乌斯环，它们的边数虽然是奇数，但这个奇数却是一个合数。这三种莫比乌斯环在扭转的扭转角 $\theta=2\pi/3$ 时，就能分别形成由三个面、五个面和七个面组成的仔莫比乌斯圈；横切面是正十五边形的莫比乌斯环，在扭转角 $\theta=2\pi/5$ 时，也能形成由三个面组成的仔莫比乌斯圈；横切面是正二十一边形的莫比乌斯环，当它的扭转角 $\theta=2\pi/7$ 时，同样可以形成由三个面组成的仔莫比乌斯圈。当这三种莫比乌斯环在其他的扭转角时，它们将形成各个面之间彼此相互联通的莫比乌斯圈状态。

“第四，关于莫比乌斯环上的仔莫比乌斯圈在什么情况下才能显示的问题：

“当一个横切面是正多边形的莫比乌斯环的扭转角 $\theta=2n\pi$ 时，这个莫比乌斯环上不显示仔莫比乌斯圈（相当

于周期函数处在原点)。

“当一个横切面是正多边形、且边数为质数时，这个莫比乌斯环上可显示该质数数值减一个［(n-1)个］仔莫比乌斯圈，这些仔莫比乌斯圈将显示出各种扭曲程度不同、但却都是各面全部联通的仔莫比乌斯圈。

“当一个横切面是正多边形、且边数为合数时，除了在扭转角 $\theta=2n\pi$ 时，不显示仔莫比乌斯圈这一点以外，这个莫比乌斯环还将在该合数的所有质因数所对应的角度数值能被 $2n\pi$ 整除时，都能显示出各种不同的仔莫比乌斯圈。当这个莫比乌斯环在扭转成其他角度时，将显示出各种扭曲程度不同的、但各面都全部通联的仔莫比乌斯圈来。不知道我刚才讲的几点你是否都能理解？但有一个基本事实我们是可以肯定的，那就是任何一个莫比乌斯环上都有若干个仔莫比乌斯圈。”

说到这儿，李教授稍事停顿，他看了豪曼和米兰一眼，接着说道：“我个人认为，任何一个莫比乌斯环上都存有若干个仔莫比乌斯圈。

“该莫比乌斯环会在不同的扭转角度显示出不同的仔莫比乌斯圈。这一点非常关键！

“其实，有关任何一个莫比乌斯环上都存有若干个仔莫比乌斯圈——它既能作为莫比乌斯圈的一条新的性质来加以使用；它又能最准确地显示莫比乌斯圈存在的价值——暂时没有理论支撑的事实模型；同时，它还能更全面地揭示莫比

乌斯圈的哲学内涵——和谐、包容、合而为一、一分为二、对立统一、共存互补、物质不灭。所有这些对于我们克服科学领域里存在的思想障碍，将起到不可估量的作用。”

当豪曼听完米兰的翻译，他做了一个阻止李教授继续讲下去的动作，并让米兰向李教授问道：“刚才您的有关莫比乌斯圈里还存在着仔莫比乌斯圈的论述，是否有理论根据？而以上内容是否能说明在莫比乌斯圈里，至今仍然有不为人知的秘密？”



莫比乌斯圈的发展脉络图

李教授会意地点了点头，微笑着答道：“是的，尽管我们人类对深藏于莫比乌斯圈世界里的许多奥秘仍然知之甚少。但莫比乌斯圈里确实还有许多鲜为人知的深层次奥秘，等待着我们人类去探寻、去发现。这也正如以色列数学大师伊莱·马奥尔所说：‘莫比乌斯圈已成为人类能够想到的最诱人的数学创造物之一，一种将秘密完全隐藏在其缠绕的表面之后的几何魔术。’

“为此，莫比乌斯圈对人类是有用的！莫比乌斯圈里的深层次奥秘必定会被人类所破解！

“任何事物都是要向前发展的。这是一条颠扑不破的真理！

“莫比乌斯圈当然也不例外，它也必然会向前发展，其发展规律也必然遵循一般事物发展的普遍规律。即：由一个点开始发展到一条线；再由一条线发展到一个面（这个点、线、面是指莫比乌斯圈横切面的形状）。下面我们通过图片来观察莫比乌斯圈的发展脉络。

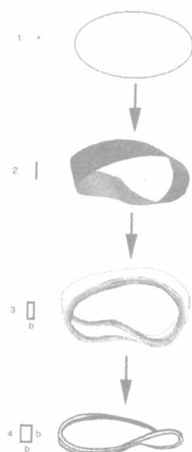
“上图中的第一个图所表示的是用一条线为材料制成的莫比乌斯圈（我称它为莫比乌斯圈的初级阶段——莫比乌斯线）（如果我们将许多条线拼叠在一起，就能拼叠成一个几乎没有厚度的片状物）；第二个图所表示的就是由一个几乎没有厚度的片状物为材料制成的莫比乌斯圈（我称它为莫比乌斯圈的中级阶段——莫比乌斯圈）（如果我们再将许多由一个几乎没有厚度的片状物叠加在一起，就能叠加成一个有厚度的片状物）；而第三个图所表示的就是由一个有厚度的片状物为材料制成的莫比乌斯圈（我称它的这个阶段为莫比乌斯圈的高级阶段——莫比乌斯环）。

“当莫比乌斯圈处在其发展的初级阶段时：莫比乌斯圈是由一条线构成的，它的截面形状是一个点；无论我们对这条线进行怎样的扭转和弯曲，都不会表现出形变，也不能表现出莫比乌斯圈的任何特点，这样的莫比乌斯圈没有意义。因此，这样的莫比乌斯线，一般不会引起人们的注意。

“当莫比乌斯圈处在其发展的中级阶段时：莫比乌斯圈是由一块没有厚度的片状物来制作的，它是一个标准的、世界公认的莫比乌斯圈；它的横切面是一条线，这条线的宽度趋近于零（记作 $\sigma \to 0$）；我们在这个莫比乌斯圈的边缘看不出什么东西来。只要我们对这个片状物体进行扭转和弯曲，这个片状物体就会表现出非常明显的变形。所谓中级阶段，就是已经过去的 150 年这个历史跨度，尽管人们已经慢慢地意识到莫比乌斯圈横切面上的这条线不可能是一条厚度为零

的线！但由于人们的思想被我们人类对莫比乌斯圈已经无所作为的观点所禁锢，所以很少会有人对莫比乌斯圈横切面上的这条线究竟有没有厚度而提出质疑。

“当莫比乌斯圈处在其发展的高级阶段时：莫比乌斯圈是由一块有厚度的片状物来制作的，从外表上看它仍然是一个标准的、世界公认的莫比乌斯圈；但它的横切面已经不是一条线了，而是一个几何图形（一个沿扭转中心旋转对称的几何图形）；只要我们对这块有厚度的片状物进行扭转和弯曲，这块有厚度的片状物以及由该物体构成的环状物都会表现出非常明显的形变。而且在这个莫比乌斯圈的边缘上还将发生奇迹——在这个莫比乌斯圈的边缘上还存在着另一个莫比乌斯圈！



莫比乌斯圈横切面变化图

“其实，单就在一个莫比乌斯圈的边缘上还存在着另一个莫比乌斯圈这个观点而言，并不是由我发现的，这个观点早就在一些科普刊物上刊登过了。但前人在披露了这个观点之后，就放弃了继续研究，请你们再看看莫比乌斯圈横切面变化图，就会更加清楚地认识与了解莫比乌斯圈的发展过程了。

“图中的 1、2 两个图形，就是我刚才所讲的莫比乌斯圈的初级阶段和中级阶段图形以及横切面放大图（即横切面为点和线的阶段）；而 3、4 两个图形则是我所讲的莫比乌斯圈的高级阶段的图形以及横切面放大图（即横切面为一种沿扭转中心旋转对称的几何图形的阶段）。现在我们已经知道不仅在这个有厚度的片状物的宽宽的外表面上存在着一个莫比

乌斯圈，而且在这个有厚度的片状物的窄窄的外表面上也存在着一个莫比乌斯圈（如前所述）。这个变化是我们以前所认识的莫比乌斯圈所不具备的，或者说，即使知道存在这种变化，但却没有去深究个中的道理。

“随着对莫比乌斯圈认识的逐步加深，我们用来制作莫比乌斯圈的材料也发生了变化：由单一的片状物发展到沿扭转中心旋转对称的几何图形的阶段。而由这些材料制作出来的莫比乌斯圈，也由单一的莫比乌斯圈发展到拥有若干个仔莫比乌斯圈，并且可以相互变换组合表面的阶段，这就是莫比乌斯圈发展的高级阶段。

“莫比乌斯圈在这个高级发展阶段里，可以通过使用不同横切面形状的材料，构成不同外表面的莫比乌斯环；也可以通过扭转不同的扭转角度，使同种横切面材料所构成的莫比乌斯环的表面配置发生各不相同的组合变化；还可以通过改变构成莫比乌斯环的轨道形状来最终达到改变其生成物的目的。”

李教授正准备继续讲下去，豪曼先生让米兰告诉李教授：“就算您说的不同横切面形状的材料和不同的扭转角度这两点是对的。但是，李教授刚才说的通过改变轨道形状来最终达到改变其生成物的目的，这个问题却并没有交代清楚啊！改变谁的轨道形状？又有什么轨道形状需要改变？”

“问得好！”李教授用赞许的目光看了豪曼先生一眼，接着他又在电脑上换了一张图片，然后扭过头来对米兰说：

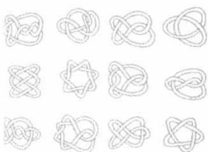


“请告诉豪曼先生，这张图片是中国科技馆主楼大厅里的那个巨型三叶结，如果我们给它冠名三叶结式的莫比乌斯圈，不知他能不能认同！

“图片上的三叶结式莫比乌斯圈长10m、宽10m、高12m，它的横切面是一个等边三角形。在这个巨型三叶结式莫比乌斯圈的三个面上排布着几百支日光灯管，它们按照程序被顺序点亮或关闭。并以此来提醒观赏者：被顺序点亮和熄灭的灯光正在不间断地走过巨型三叶结式莫比乌斯圈的每一个面。”

“No，No。”豪曼没等米兰翻译完就用英语叫起来。

还是李教授打破了这个尴尬的局面，他微笑着对豪曼先生说道：“其实，莫比乌斯圈的轨道形状是什么样子并不重要，重要的是这个轨道是否存在莫比乌斯状态，也就是说要看它是否存在着莫比乌斯圈最显著的那个特点，即如果你在莫比乌斯圈的表面运动，不管你从什么地方开始运动，你都不需要翻越莫比乌斯圈内表面与外表面之间的分界线，你都能依次走过原本是相邻或相隔的各个表面，最终回到出发点。



几种封闭轨道图

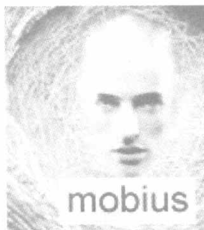
“例如左图中的各种轨道，虽然它们之间的差异很大，却都可以形成莫比乌斯圈式轨道。

“在莫比乌斯圈的世界里，各种使我们意想不到的奥秘远不止这些。我们还会遇到各种不同数量级、不同横切面形状的材料，不同的扭转角度、不同形态的封闭轨道等种种变

化。也正是由于存在这些变化，才使莫比乌斯圈的世界呈现出婀娜多姿的缤纷景象。

“如果单就莫比乌斯圈而言，我所讲的与其说是一种理论，不如说是一种推理，是一种还没有上升到理论的猜想。因为，人类的任何理论与进步都是从猜想开始的。但这个猜想却不同于哥德巴赫猜想、费尔马猜想、四色猜想等，这是由于刚才所说的各个猜想都是人类为其设定一个目标或结果，然后人们再去努力达到这个目标或结果，它们是目标猜想或结果猜想。

“但是，关于莫比乌斯圈的猜想则与它们不同，它并没有给人们提供一个固定的目标或结果，而是给人们提供了一个五彩斑斓、绚丽多彩的猜想过程。通过这个在许多领域里都可以进行推演的过程猜想，最终在这些领域里获得令人意想不到的结果。



莫比乌斯圈是世界的也是未来的图

“因此可以肯定：莫比乌斯圈绝对不是凡间俗物，我们人类不能用世俗的眼光和一成不变的观点去看待莫比乌斯圈。我们应该利用一切可能的机会向关心莫比乌斯事业成长与发展的爱好者系统地介绍莫比乌斯圈、展示莫比乌斯现象、归纳莫比乌斯原理。

“随着21世纪的到来，世界各国在包括科学和技术等各个领域里的竞争已经日趋激烈，莫比乌斯圈所处的领域也绝非一块净土，一股莫比乌斯圈热在世界各国悄然兴起。各经济大国都斥巨资宣传和研究莫比乌斯圈、莫比乌斯现象和莫

比乌斯原理。

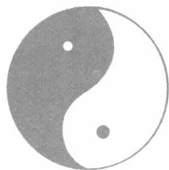
“因为这些经济大国非常明白：莫比乌斯圈是现实的、数学的、物质的、科学的，具有广泛的实际应用前景；莫比乌斯圈是抽象的、人文的、精神的、哲学的，具有极大的科学研究价值。”

李教授端起茶杯喝了一口茶，他发现豪曼先生仍然仔细地盯着电脑屏幕。

“我想，这个问题……”豪曼转过头对李教授说，“我还需要仔细考证一下。”

“您随意，我相信我的理论是经得起推敲的。”李教授满脸自信。

豪曼笑一笑：“看来李教授对莫比乌斯圈的确很有研究，您的理论如果能被学术界认可，那也确实为学术界提出了一个世界性的新课题。不过，李教授，您是中国人，中国的文化博大精深，其实莫比乌斯圈在很久以前就已经在这片土地上生根。您研究莫比乌斯圈这么多年，关于这一点，不知道您是否了解？”



太极图

“您说的是这个吧。”李教授放下杯子，走到电脑旁，他打开一张图片，回头望着豪曼先生说，“您指的是这个太极图吧。”

豪曼赞许地点点头。

“关于莫比乌斯圈与太极图的联系，我确实听说过，但老实说，在这方面我的研究很有限。我听邹老师说您对中国

的《周易》颇有见地，今天是否能向你请教请教。”李教授虔诚地望着豪曼。

豪曼听完米兰的翻译，摆摆手说：“我只能谈谈对《周易》的理解和心得。”豪曼喝了一口水，接着说道，“据我所知，中华文化大都起源于八卦、太极。

“人类还处在捕鱼猎狩时代,伏羲氏在洛阳地段的黄河中发现了太阳石、太阴石和太极石,受其启发而发明了河图——太极图,进而远取近取,效法天地自然,从而发明了八卦图，最终进化成了阴阳鱼太极八卦图。这些都被后世圣人,如黄帝、尧、舜等再获‘河图’奇石复证,使其日臻完善,到了文王、周公时期才进一步形成为我们今天所见的《易经》文字。

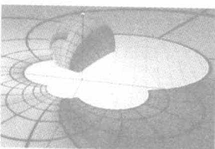

阴阳鱼太极八卦图

“先天古太极图是上阳下阴的反S形图形,后天八卦太极图是左阳右阴、逆旋左行的S形图形。其中太极石的阴鱼里尚有一只阳眼,阳鱼里尚有一只阴眼，这正是阴阳鱼太极图的源头。远古的伏羲，只是将这样的现成图像赋予了阴阳两仪与四象的含义。”

李教授抓住豪曼先生的一个短暂停顿，对米兰说道：“请您告诉豪曼，对不起，我要打断他一下。据有关资料显示，太极图上的阴阳鱼就是莫比乌斯圈这个三维物体在二维平面上的投影，太极图上的阴阳鱼最生动、最形象、最深刻地在二维平面上表述了这个三维自然形态的哲学抽象意义。

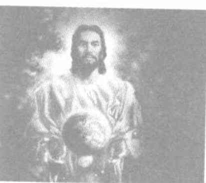
“而莫比乌斯圈又是一种变异的系统结构：是系统不同层次的相互渗透，它将内与外、上与下、高与低、二维与三

维、有限与无限、部分与整体等不同层次缠绕在一起。近年来现代科学在对宇宙物质、时空、生命、思维等复杂事物的研究中发现，大自然处处存在着这种不可思议的莫比乌斯现象。现代科学已经可以用高科技手段证明，莫比乌斯圈在二维平面上的投影就是太极图。


莫比乌斯圈在二维平面上的投影图

“既然我们已经说到了中国的太极图，我们就不能不谈谈波尔先生。波尔先生是丹麦物理学家（1885—1962），他既是原子模型和原子轨道的创始人，也是量子力学的开山鼻祖。20 世纪 20 年代波尔先生创立了哥本哈根学派，20 世纪 30 年代，波尔先生又提出了著名的互补性原理——互斥即互补。这个原理集中了神学与哲学、宗教与科学、西方文化与东方文化之精髓，在这个互补性原理的指导下，科学事业有了迅猛发展。

“据说波尔先生原本打算用莫比乌斯圈原理来解释有关互补性原理等问题。但后来他发现，用中国的太极理论和太极符来解释这一原理会更直观、更贴切。波尔先生不仅推崇互补性原理——互斥即互补；他还专程来到中国，对中国的太极进行过专门的研究，甚至将他家族的徽标设计成了中国的太极符。他甚至经常向他们国家的科学界（尤其是量子力学界）的同行灌输这样的思想：在原子尺度上人类仍有很多悬而未决的问题，要想解决这些问题，西方科学家必须借助东方文明重新审视和思考问题。


重新审视和思考

“波尔认为：互补性原理既包含协调和统一，又包含不

协调和对立；一切对立与互斥的事物，并不是绝对的矛盾，而是某种意义上的互补。它们可以在另一种更广的范围里，或在新的层次中，按照事物本身的特点，进行更高层次的协调和统一。”

豪曼听了米兰的翻译，望着李教授满意地点点头，接着说道：“刚才我讲的是对中国《周易》的研究成果。但是，听了您对莫比乌斯圈的诠释，使我对莫比乌斯圈有了新的认识。其实莫比乌斯圈就在中国，就藏在中国神秘的文化之中，我之所以如此痴迷中国文化，其原因也就在此，中国就是一个浓缩的世界。

“时至今日，世界上任何前沿技术的新发现都能在中国古老的文化之中找到它早就存在的影子，中国人的智慧是世界最宝贵的财富之一！只是现在的中国人还没有意识到这一点罢了。我非常期待像李教授这样的人，能够在中国这片土地上延续你们民族的辉煌。”

李教授眼里放着光，心情极为复杂。豪曼的一席话让他颇有感触，也触动了一个中国人最为敏感的神经。他很欣慰，因为他身上流着令人尊敬的中国人的血液。

两人的交谈十分愉快，米兰也觉得收获良多。

最后，李教授让米兰告诉豪曼，他的有关莫比乌斯圈的学术报告会将于明天在中国科学技术馆举行，希望豪曼先生能准时莅临。

豪曼先生也让米兰告诉李教授，明天他一定会准时参加

这个学术报告会的。

稍稍静下来之后，米兰突然想到，她写的那篇以东西方文化的碰撞与融合为主题的文章，肯定需要增加新的章节与新的内容啦！

……

第二天，米兰早早地来到了学术报告会的现场。与会的中外贵宾、记者以及参观者人头攒动。小熙坐在轮椅上，一只手握着对讲机、一只手抓着手机在签到台的旁边与一些工作人员在争论着什么。米兰知趣地没有过去凑热闹，她随便找了个座位坐下，不停地到处张望着。没过多久，豪曼先生和大伯也赶了过来。

一切都像预期的一样，有条不紊、紧锣密鼓地进行着。最后，李教授终于在主持人的介绍下登上了讲台，他身着笔挺的黑色西装，显得格外帅气。面带微笑的昭阳紧随其后，他下意识地向米兰眨了眨眼。

米兰有一种预感，被蒙在莫比乌斯圈上 150 多年的神秘面纱，正在慢慢地被人们揭开。

继续探索莫比乌斯圈

当您回味本书时，您将发现该书并不是一本关于数学、物理、生物、天文学等学科的专著。同时，该书也没有刻意去追求科学体系的完整，更没有强求学科论点的精确。其实，它就是一本向大家系统地介绍莫比乌斯圈、展示莫比乌斯现象、归纳莫比乌斯原理，并尝试着用这种原理去认识、理解、解释一些自然现象的科普读物；说白了该书就是一本用东方中国人的眼光与智慧去品赏和思考西方圣物——莫比乌斯圈的科学普及读物。

我之所以用科普读物的笔触来写这本书，是想借用抛砖引玉的方式请您随我一起思考。因为，莫比乌斯圈、莫比乌斯现象、莫比乌斯原理都非常渴望得到您更深刻、更准确、更全面、更睿智的揭示与补充。这才是我不遗余力来写作本书的初衷。而新的世纪、新的科学也正在召唤与之相匹配的新的科学观和新的方法论以及新的科学体系。

是的，我对莫比乌斯圈的认识只不过是一孔之见。但要想破解深藏在莫比乌斯圈里的秘密，我们必须有更多的人参与进来。

首先，我们必须撩开笼罩在莫比乌斯圈上的神秘面纱，将

莫比乌斯圈请下烟雾缭绕的神坛。

其次，我们应该加大对莫比乌斯圈的宣传力度，以便引起更多的民众对莫比乌斯圈的关注。

再次，我们应该加深对莫比乌斯圈的科学普及工作，以激发广大民众对莫比乌斯圈的研究热情，释放他们对莫比乌斯圈的超凡想象力。

记得一位先哲曾经说过，提出新问题，新的可能性，从新的角度看待旧问题，需要创造性想象力。新问题的提出标志着科学进步的真正开端。不要固守传统，要有新突破、新革命。

这正像当年非欧几何学的建立一样，它标志着人们对空间形式的认识发生了质的飞跃，从直观空间上升到抽象空间。所以我们说：在自然界中没有任何不可调和的对立，没有任何一成不变的分界线和差别，自然界中的数学关系和空间形式尽管千差万别，但它们是可以相互联系、相互渗透、相互贯通、相互统一的。

根据对莫比乌斯圈的最新研究成果的检索表明：莫比乌斯圈一面是物质，一面是能量；一面与另一面具有不同的级别；一面与另一面具有不同的层面（无论它怎么弯曲和扭曲，其能量永远集中分布在它的中心线上）。所以它才会在同一物体上显现出完全不同的两种特性。

也许会有读者提出这样的问题：要让广大民众认识和了解莫比乌斯圈，我们只要制作各式各样的、静止的、运动的莫

比乌斯圈不就行了吗？但您是否考虑过，唯独莫比乌斯圈是集球面、平面和马鞍面为一体的人为实体。任何在现实生活平面上行驶的车辆都无法在莫比乌斯圈的复合平面上行驶。

也许会有读者说：既然莫比乌斯圈不是现实的，那咱们干吗还要去制作它呢？其实不然，如果一个民族以及这个民族里的人民，尤其是这个民族里的青少年，都不愿意面对有点超脱、需要思考的未来型产品，那么，这个民族将是一个思维懒惰、并将逐步走向衰亡的民族。

当然，您读到这儿，书已经看完了。如果您曾动脑筋想过，动手做过实验，那您的心灵一定能感应到神奇的莫比乌斯圈向我们发出的强烈信息：莫比乌斯圈——魔带，显示的是自然的原理与智慧！

是的，聪明的读者，您能从思想上深入理解莫比乌斯原理并合理利用莫比乌斯原理，那必将使您获得认识事物的新方法、理解问题的新观念、解释自然现象的新思路、征服宇宙的新手段。

为了能更好地宣传、传播、教授、研究莫比乌斯圈、莫比乌斯现象、莫比乌斯原理，我建议，我们应该在以下几个方面做一些工作：

投 稿——向有关学科的前沿期刊投递学术论文。

网 站——发布莫比乌斯圈最新的研究成果。

产 业——研制推广各类莫比乌斯圈产品。

机 构——成立专门的莫比乌斯圈研究机构。

教 授——在某些院校内设立有关莫比乌斯圈的专业课程。

传 播——将有关宣传莫比乌斯圈的基本内容，加入适当的故事情节，制作成电影或电视剧，以扩大宣传和传播范围。

研讨会——交流、沟通和完善有关探讨莫比乌斯圈的学科理论。

电脑化——制作专用软件，先在虚拟空间有所突破，因为这个突破会在立体空间给人们建立更多的感性认识。

俱乐部——会聚大师级人才，共同参与对莫比乌斯圈的深入探讨，让莫比乌斯圈真正成为全世界人民的共同财富。

莫比乌斯圈里的世界肯定藏有秘密，而这些秘密肯定会在您的手中被成功破译！并最终将莫比乌斯圈里的神奇魔力释放出来！并让它服务于世界、造福于人类！

[General Information]
书名=魔带的世界：莫比乌斯圈的秘密
作者=王宪著
页数=120
SS号=12195697
DX号=
出版日期=2009.04
出版社=湖南科学技术出版社